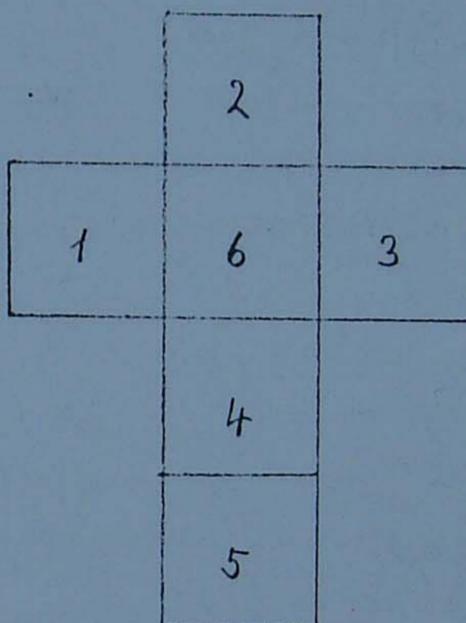


V o r t r a g v o n R u d o l f S t e i n e r
 gehalten in B e r l i n am 24. Mai 1905

Die vierte Dimension II

Wir wollen uns das Verständnis dafür schaffen, ein dreidimensionales Raumgebilde in den zweidimensionalen Raum zu bringen. Der Würfel ist dreidimensional; versuchen wir ihn in den zweidimensionalen Raum zu bringen. Wenn Sie den ganzen Würfel nehmen und ihn ab-

rollen, so können Sie das so machen, dass Sie die Seiten, die sechs Quadrate, die wir im dreidimensionalen Raum haben, einmal ausbreiten. So könnte ich mir die Begrenzungsflächen des Würfels auf der Ebene ausgebreitet denken. Es sind sechs Quadrate, die sich wieder zum Würfel ergänzen, wenn ich sie wieder zurück-



klappe, - so also, dass Quadrat 1 und 3, 2 und 4, und ebenso 5 und 6 einander gegenüberstehend sind. So haben wir ein dreidimensionales Gebilde einfach hineingelegt in die Ebene. Das ist eine Methode, die wir so nicht anwenden können für ein vierdimensionales Gebilde gegenüber dem dreidimensionalen Raum. Dafür müssen wir eine andere Analogie suchen. Dazu werde ich die sechs Quadrate ihren Seiten nach mit verschiedenen Farben bezeichnen. Die einander gegenüberliegenden, wenn sie aufgeklappt sind, sollen gleiche Farben haben. Ich werde das (die) Quadrat(e) 1 (und 3) so zeichnen, dass die eine Seite rot und die andere blau ist. Nun werde ich mal das Quadrat so ergänzen, dass ich blau für die ganze (horizontale) Richtung beibehalte. Ich werde also alle diejenigen Seiten, die in

Türkise

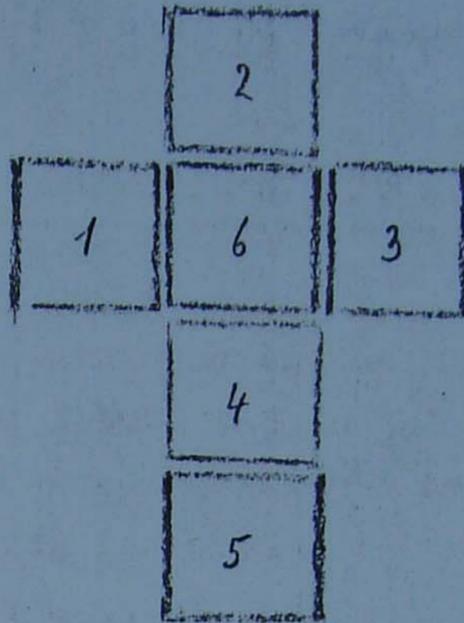
Türke

Blau

Rot-Blau

Grün

diesem Quadrate vertikal sind, rot zeichnen, und alle horizontalen blau machen. Wenn Sie sich diese zwei Quadrate (1 und 3) ansehen, so haben Sie die zwei Dimensionen, die die Quadrate haben, in zwei Farben, rot und blau, ausgedrückt. So würde also hier für uns rot die Höhe und blau die Tiefe bedeuten. (Die Figur beziehungsweise Abrollung



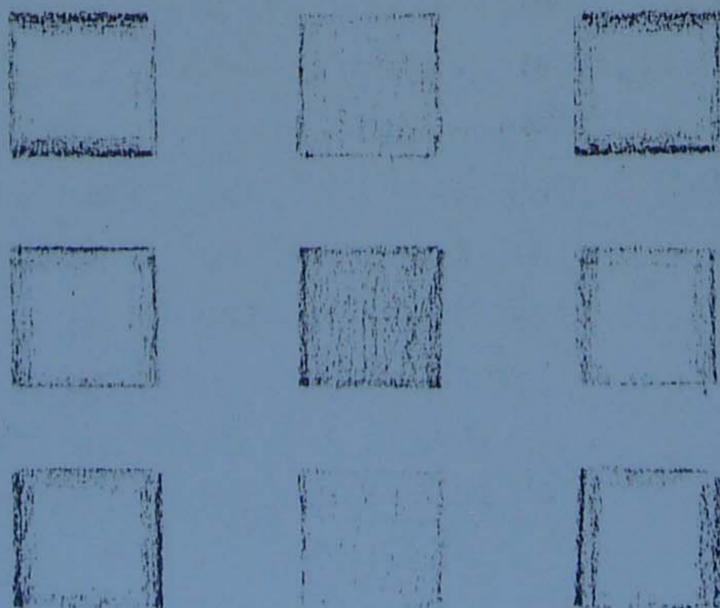
des Würfels geschah an senkrecht stehender Tafel, wobei Quadrat 6 an der Tafel ^{Wand} "klebte"). Halten wir nun das fest, dass wir überall, wo die Höhe auftritt, das Rot anwenden, und dort wo die Tiefe auftritt, blau; und dann wollen wir für die dritte Dimension, die Breite, grün nehmen. Nun wollen wir uns in dieser Weise den auseinandergelappten Würfel ergänzen. 5 hat Seiten, welche rot und grün sind, also muss das 6. Quadrat ebenso aussehen. Nun bleiben noch zwei Quadrate übrig, und wenn Sie sich die aufgeklappt denken, so ergibt sich, dass die Seiten blau und grün sein würden.

Nun sehen Sie, wenn Sie sich das einmal vergegenwärtigen, so haben wir die drei Dimensionen in drei Farben verwandelt. Für Höhe, Breite, Tiefe sagen wir jetzt rot, grün, blau. Wir nennen die drei Farben an Stelle der drei Raumdimensionen, die uns also dafür die Bilder sein sollen. Wenn Sie sich den ganzen Würfel aufgeklappt denken, so können Sie sich zu zwei Dimensionen die dritte in der Weise erklären, als hätten Sie so zum Beispiel das blau-rote Quadrat durch grün durchmarschieren lassen; wir wollen sagen, rot und blau seien durch grün hindurchgegangen. Denken Sie sich also, der grüne Nebel färbte dabei das rot-blaue Quadrat, so werden beide Seiten - rot wie blau - gefärbt erscheinen. Blau wird ein Blaugrün und rot

eine trübe Schattierung annehmen, und erst dort, wo das grün aufhört, werden beide wieder in ihrer eigenen Farbe erscheinen. Dasselbe könnte ich mit den Quadraten 2 und 4 machen. Ich liesse also das blaugrüne Quadrat sich durch einen Raum bewegen, der rot ist, und dasselbe können Sie dann mit den beiden anderen Quadraten 5 und 6 vornehmen, wo das rot-grüne das blau passieren müsste. Ein jedes Quadrat lassen Sie auf diese Art auf der einen Seite verschwinden, in eine andere Farbe untertauchen, es nimmt durch diese dritte Farbe selbst eine andere / Färbung an, bis es auf der anderen Seite wieder in seiner Ursprünglichkeit heraustritt.

Wir haben so eine sinnbildliche Darstellung unseres Würfels durch drei aufeinander senkrecht stehende Farben. Wir haben durch drei Farben einfach die drei Richtungen dargestellt, mit denen wir es hier zu tun haben. Wenn wir uns vorstellen wollen, welche Veränderung die drei Paare der Quadrate erlitten, so können wir es dadurch, dass einmal die Quadrate durchgehen durch das grüne, das zweite Mal gehen sie durch das rot, und das dritte Mal durch das blau durch.

Nun denken Sie sich statt dieser Linien einmal selbst Quadrate und für den blossen Raum auch überall selbst Quadrate. Dann kann ich die ganze Figur noch anders zeichnen. Wir zeichnen uns das Durchgangsquadrat "grün", und die beiden, welche durchgehen - vor und nach dem Durchgang - zeichnen wir links und rechts daneben, also hier rot-blau. Dann nehme ich das



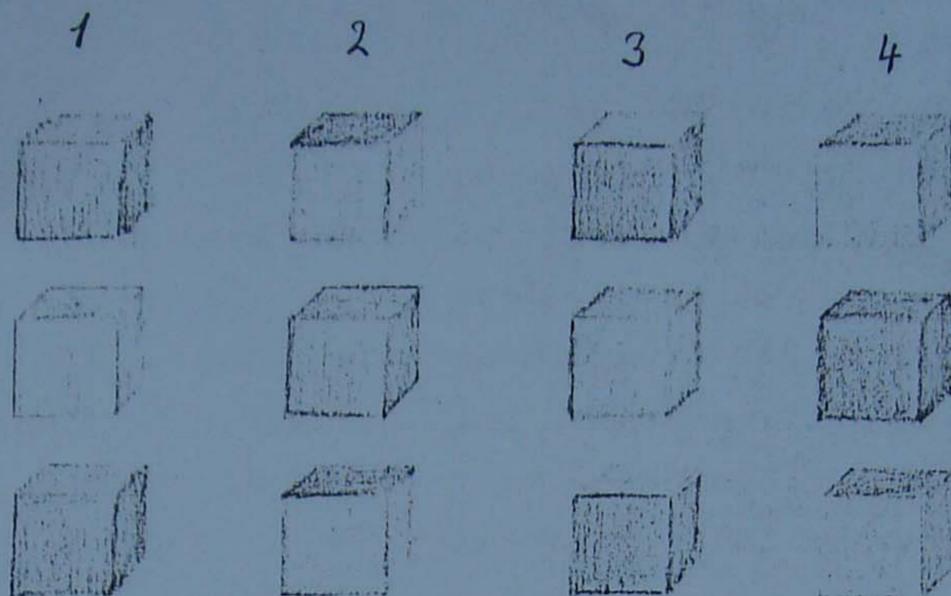
(Rot und Blau zeichnen verkehrt)

rote Quadrat als dasjenige, welches durchgehen lässt, - also durch rot gehen durch blau-grün. Und endlich haben wir hier das blaue Quadrat; durch das blaue Quadrat gehen die zwei entsprechenden andern Farben durch, also rot und grün. Sie sehen, jetzt habe ich Ihnen hier eine andere Form der Ausbreitung gezeigt, wovon aber am Würfel nur die rechten und linken Quadrate der Figur vorhanden sind; die andern sind die Durchgangsquadrate, die nichts anderes bezeichnen, als das Verschwinden der einzelnen Farben in einer dritten. So haben wir immer zwei Quadrate zusammengefasst, jedes Quadrat haben wir aus zwei Farben zusammengesetzt, und damit es auf der andern Seite erscheine, lassen wir es in der dritten Farbe verschwinden.

So also, sehen Sie, haben wir hier die Möglichkeit, unsere Quadrate aus zwei Farbendimensionen zusammensetzen, die durch die dritte Farbendimension hindurchgehen.

(Randbemerkung im Manuskript: Das Gleiche! ... unsere Würfel durch Quadrate aus ...)

Nun liegt es nahe, dass wir uns statt der Quadrate *Quadrat vor* Würfel vorstellen, und setzen dabei die Würfel aus drei Farben- *Stellungs-* dimensionen zusammen, ebenso wie wir das Quadrat aus zweierlei *farb-* gefärbten Linien zusammengesetzt haben, - so dass wir drei *Farben* Farben haben nach den drei Dimensionen des Raumes. Wollen wir *auswählen* nun dasselbe machen, was wir beim Würfel gemacht haben, so müssen wir eine vierte Farbe hinzunehmen; dadurch werden wir den Würfel ebenso verschwinden lassen, - natürlich nur eine Farbe, die er nicht selbst hat. - Statt der drei Durchgangsquadrate einfach vier Durchgangswürfel aus vier Farben, blau, violett, grün und rot. Also statt des Durchgangsquadrates den Durchgangswürfel, - nun müssen wir, wie wir hier ein Quadrat durch ein anderes durchgehen liessen, das nicht seine Farbe hat, so müssen wir jetzt einen Würfel durch einen andern durchgehen lassen, der seine Farbe nicht hat, - also lassen wir den violett-grün-roten Würfel durch einen blauen hindurchgehen; er wird auf der einen Seite in die vierte Farbe untertauchen und auf der andern Seite wieder in seiner Farbe erscheinen (1).



So haben wir hier eine Dimension, die von zwei Würfeln begrenzt wird, die drei farbige Flächen haben. In derselben Weise müssen wir nun durch den violetten Würfel den blau-grün-roten durchgehen lassen (2), ebenso dann den blau-violett-roten durch das grün (3), und bei der letzten Figur (4) haben wir einen blau-grün-violetten Würfel, der durch eine rote Dimension durchgehen muss, - in einer Farbe verschwinden, die er nicht hat, um nachher wieder in seiner ureigenen Farbe auf der andern Seite zu erscheinen.

Diese vier Würfel verhalten sich genau so wie vorhin unsere drei Quadrate. Wenn Sie sich nun klar machen, dass wir sechs Quadrate brauchen, damit ein Würfel begrenzt wird, so ^{Quatern} haben wir acht Würfel nötig, um ein analoges vierdimensionales ^{rahd} Gebilde, den "Tessarakt" zu begrenzen. Wie wir dort drei Hilfsquadrate bekommen haben, die nur das Verschwinden durch die andere Dimension bedeuten, so bekommen wir hier im ganzen zwölf Würfel, welche sich zu einander so verhalten, wie diese neun Figuren in der Ebene sich verhalten. Dann haben wir dasselbe mit dem Würfel getan, was wir früher mit den Quadraten taten, und indem wir jedesmal eine neue Farbe wählten, trat eine neue Dimension zu den andern hinzu. So denken wir uns also, wir stellen farbenbildlich einen Körper dar, der vier Dimensionen hat dadurch, dass wir nach vier Richtungen hin

verschiedene Farben haben, dass jeder Würfel drei Farben hat und durch die vierte durchgeht.

Der Sinn, den dieses Ersetzen der Dimensionen durch die Farben hat, besteht darin, dass wir, so lange wir bei den Dimensionen bleiben, die drei Dimensionen nicht in die Ebene bringen können. Nehmen wir aber dafür drei Farben, so können wir es tun, und ebenso machen wir es mit vier Dimensionen, wenn wir sie durch Farben im dreidimensionalen Raum zur bildlichen Darstellung bringen wollen. Das ist zunächst eine Art, wie ich Sie auf die doch sonst komplizierten Dinge hinleiten möchte, und wie sie Hinton in seinem Problem gebraucht hat.

Ich möchte nun noch einmal den Würfel in der Ebene ausbreiten, ihn nochmals in die Ebene umlegen; das will ich an die Tafel zeichnen. Sehen Sie

zunächst von dem untersten Quadrat ab, und denken Sie sich,

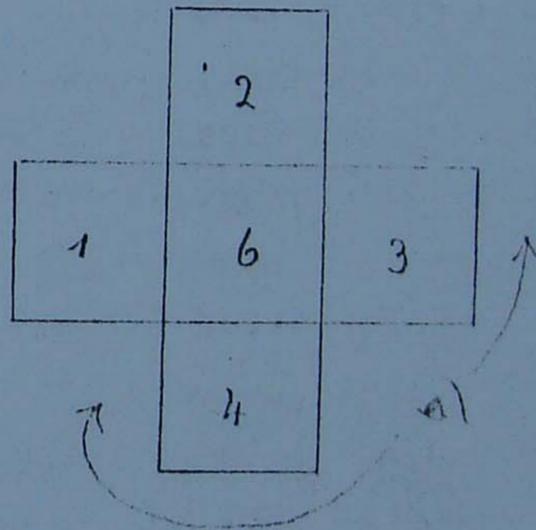
dass Sie nur zweidimensional sehen können, also nur das sehen könnten, was in der

Fläche der Tafel ausgebreitet ist. Wenn wir fünf Quadrate so zusammengefügt haben, wie in diesem Falle, dass sie so gelagert sind,

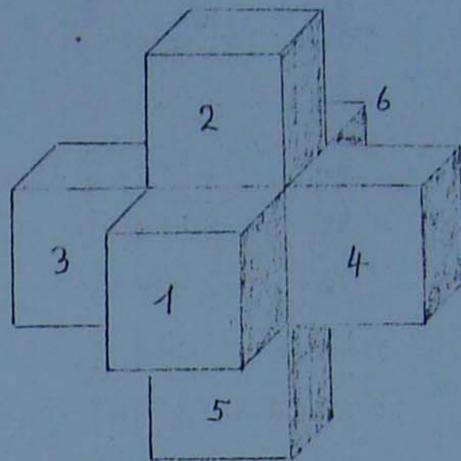
dass das eine Quadrat in die Mitte hinein kommt, so

bleibt diese innere Fläche unsichtbar. Sie können von allen Seiten herumgehen; Sie können Quadrat 6, da Sie nur in die zweite Dimension sehen können, nicht erblicken.

Nun wollen wir einmal dieselbe Sache, die wir hier mit fünf von den sechs Quadraten des Würfels angestellt haben, mit sieben von den acht Würfeln machen, die den Tesseract bilden, wenn wir unser vierdimensionales \mathbb{Q}_4 Gebilde in den Raum ausbreiten. Ich will die sieben Würfel analog legen, wie ich es mit den Flächen des Würfels auf der Tafel tat, nur haben wir



jetzt Würfel, wo wir vorher Quadrate hatten. Nun haben wir hier die entsprechende Raum-Figur, ganz analog geformt. Damit haben wir dasselbe für den dreidimensionalen Raum, was wir vorher für die zweidimensionale Fläche hatten, und wie vorher ein Quadrat, so ist jetzt der siebente Würfel vollständig



von allen Seiten verdeckt, den ein Wesen mit Fähigkeit zum dreidimensionalen Schauen niemals wird sehen können.

Damit haben wir wenigstens gezeigt, wie man sich, trotzdem die Menschen nur drei Dimensionen wahrnehmen können, doch einen vierdimensionalen Raum vorstellen kann. Nun können Sie mich noch fragen, wie man von dem wirklichen vierdimensionalen Raum eine mögliche Vorstellung gewinnen kann; und da möchte ich Sie nur hinweisen auf etwas, das man das eigentliche "alchemistische Geheimnis" nennt. Denn die wirkliche Anschauung des vierdimensionalen Raumes hängt mit dem zusammen, was die Alchemie Verwandlung nannte.

Wirkliche Anschauung des vierdimensionalen Raumes hängt mit dem zusammen, was die Alchemie Verwandlung nannte.

Derjenige, welcher eine wirkliche Anschauung eines vierdimensionalen Raumes sich erwerben will, muss ganz bestimmte Anschauungsübungen machen. Er bildet sich zunächst eine ganz klare vertiefte Anschauung vom Wasser. Eine solche Anschauung ist nicht ohne weiteres zu bekommen, man muss sich sehr genau in die Natur des Wassers vertiefen, man muss sozusagen hineinkriechen in das Wasser. Das zweite ist, dass man sich eine Anschauung von der Natur des Lichtes verschafft; das Licht ist etwas, das der Mensch zwar kennt, aber nur so, dass er es von aussen empfängt. Durch das Meditieren kann er das innere Gegenbild des Lichtes bekommen, - wissen woher Licht entsteht, und dadurch kann er selbst Licht hervorbringen. Das kann derjenige, der reine Begriffe wirklich meditativ auf seine Seele wirken lässt, der ein sinnlichkeitsfreies Denken hat. Dann geht ihm die ganze Umwelt als flutendes Licht auf, und nun

Begriffe wirklich meditativ auf seine Seele wirken lässt, der ein sinnlichkeitsfreies Denken hat.

muss er gleichsam chemisch die Vorstellung, die er sich vom Wasser gebildet, mit der des Lichtes verbinden. Dieses von Licht ganz durchdrungene Wasser ist ein Körper, der von den Alchemisten Mercurius genannt wurde. Das alchemistische Merkur ist nicht das gewöhnliche Quecksilber. Erst aber muss man in sich die Fähigkeit erwecken, aus dem Begriff des Lichtes ...
... (Mercurius zu erzeugen. Mercurius) ..., "Licht-durchdrungene Wasserkraft" ist dasjenige, in dessen Besitz man sich dann versetzt. Das ist das eine Element der astralen Welt.

Das zweite entsteht dadurch, dass Sie sich ebenso eine anschauliche Vorstellung von der Luft bilden; dann die Kraft der Luft durch einen geistigen Vorgang herausaugen, sie mit dem Gefühl in sich verbinden, und Sie entzünden so den Begriff Wärme, Feuer, - dann bekommen Sie "Feuerluft"; also das eine Element wird herausgesogen, das andere wird von Ihnen selbst erzeugt. Diese Luft + Feuer nannten die Alchemisten Schwefel, Sulfur. Leuchtende Feuerluft in wässrigem Element, - da haben Sie in Wahrheit jene Materie, von der es heisst "und der Geist Gottes schwebte über den Wassern". Das ist eben, was entsteht, wenn man der Erde die Kräfte entzieht und mit dem Schall (?) verbindet. (Randbemerkung im Manuskript: Geist Gottes = "donner" = Erde + Schall. das ist Gott)

Jene "Wasser" sind nicht gewöhnliche Wasser, sondern was man eigentlich astrale Materie nennt. Diese besteht aus vier Arten Kräfte : Wasser, Luft, Licht, Feuer. Und das stellt sich dar als die vier Dimensionen des astralen Raumes. Sie sehen, dasjenige, was astral ist, ist halb subjektiv; nur einen Teil dessen, was astral ist, kann man aus der Umwelt gewinnen; aus Begriffs- und Gefühlskräften gewinnt man durch Objektivierung das andere.

Im Dewachan würde man ein völlig subjektives Element haben. Dort gibt es keine Objektivität. So ist alles, was wir hier tun, das symbolische, eine sinnbildliche Vorstellung für die dewachanische Welt. - Alles, was in den höheren Welten liegt, ist nur dadurch zu erreichen, dass Sie neue Anschauungen in sich selbst entwickeln. Der Mensch muss selbst etwas dazu tun.