1101

III

UEBER DIE VIERTE DIMENSION.

Vier Vorträge von Dr. Rudolf Steiner.

III. Vortrag.

Berlin, 31. Mai 1905.

Wir haben das letzte Mal versucht, uns ein vierdimensionales Raumgebilde zu schaffen. Um es uns zu veranschaulichen, haben wir es auf ein dreidimensionales reduziert. Zunächst haben wir ein dreidimensionales Raumgebilde auf ein zweidimensionales reduziert. Wir setzten statt der Dimensionen Farben ein, sodaß ein Würfel längs der drei Dimensionen in drei Farben erschien. Dann konnten wir die Grenzen eines Würfels auf die Ebene hinlegen. Wir hatten durch Farben drei Dimensionen repräsentiert. Wir legten sechs Quadrate in die Ebene hinein; dann stellten wir uns ein Durchgangsquadrat auf, durch welches die Quadrate gefärbt wurden. (So haben wir uns den Würfel vorgestellt). Bei den Flächen hatten wir zwei Grenzfarben, und beim Würfel drei, und dann nahmen wir eine vierte Farbe als Grenzfarbe hinzu. Wir ließen auch dabei (nach der Analogie des Hinton) die Würfel durch die neue Farbe hindurchgehen, und auf der anderen Seite erschienen sie dann wieder in ihrer eigenen Farbe. Nun will ich Ihnen eine andere Analogie geben, um zunächst die drei Dimensionen wieder auf zwei und dann vier Dimensionen auf drei zu reduzieren.

Der Würfel kann an seinen Grenzflächen zusammengesetzt werden aus seinen sechs Grenzquadraten; statt aber nun, wie neulich, die Ausbreitung hintereinander vorzunehmen, wird sie jetzt auf eine andere Weise geschehen; ich werde auch diese Figur hinzeichnen. (Siehe Zeichnung No.9).

Sie sehen, wir haben jetzt auf diese Weise den Würfel ausgebreitet - zwei Systeme, deren jedes in der Ebene liegt und aus je drei Vier - ecken besteht. Wenn ich nun den Würfel aus diesen sechs Quadraten wieder zusammensetzen will, so muß ich die beiden Abteilungen so übereinander legen, daß Quadrat III über Quadrat I zu liegen kommt. Wenn auf diese Weise Quadrat I unten zu liegen kommt, muß ich die Quadrate II und V hochklappen, die Quadrate IV und VI dagegen nach unten hinunter klappen. Dabei bekommen wir gewisse korrespondierende Linien, die sich gegenseitig decken; die in der Zeichnung mit gleicher Fabre und gleicher Strichzahl markierten Linien werden zusammenfallen.

Das, was hier in der Ebene im zweidimensionalen Raum liegt, fällt in gewisser Weise zusammen, wenn ich in den drei~~min~~dimensionalen Raum übergehe. Das Quadrat besteht aus vier Seiten, der Würfel aus sechs Quadraten, und ein Tessarakt würde aus acht Würfeln bestehen; nur handelt es sich darum, daß diese acht Würfel nicht wiederum zu einem Würfel zusammengesetzt werden dürfen, sondern, daß immer einer in ent - sprechender Weise durch die vierte Dimension durchgehen müßte.

Will ich nun dasselbe mit dem Tessarakt machen, was ich eben mit dem Würfel getan habe, so muß ich dasselbe Gesetz ein innehalten. Wie ich nun hier zwei Systeme von Quadraten erhielt, so ergibt sich beim Tessarakt dasselbe mit Würfeln, wenn ich den das vierdimensionalen Tessarakt in den dreidimensionalen Raum abfalte, und dies Gebilde wird dann so aussehen, wie dies durch die Zeichnung No.10 veranschaulicht wird.

Dabei sind jedesmal diese vier Würfel im dreidimensionalen Raume so zu nehmen, wie diese Quadrate im zweidimensionalen Raum. Sie müssen sich nur genau anschauen, was ich hier gemacht habe. Bei dem Abklappen des Würfels in den zweidimensionalen Raum ergab sich ein System von sechs Quadraten; bei der entsprechenden Prozedur am Tessarakt erhalten wir ein System von acht Würfeln. Wir haben die Betrachtung für den dreidimensionalen Raum auf den vierdimensionalen übergeführt. Bei dem abgeklappten Würfel ergaben sich verschiedene korrespondierende Linien, die sich beim späteren Wiederhochklappen deckten. Ein gleiches findet statt mit den Flächen unserer einzelnen Würfel des Tessaraktes. Es würde also beim Tessarakt die Fläche "a" des Würfels 5 (siehe Zeichnung No.11) durch Beobachtung der vierten Dimension, mit der nicht ~~mehr~~ sichtbaren unteren Fläche des Würfels 6 zusammenfallen; in gleicher Weise die Fläche "b" des Würfels 1 mit dem hinteren Quadrat des Würfels 2, und ebenso das Quadrat "c" des Würfels 4 mit dem entsprechenden des Würfels 3. Es bleibt übrig der von den sechs anderen eingeschlossene siebente Würfel.

Ebenso wie ein von vier Quadraten eingeschlossenes fünftes Quadrat -wie wir dies an der entsprechenden Figur /(siehe Zeichnung No.7)/ des vorigen Vortrages gesehen haben- dem nur zweidimensional schauenden Wesen unsichtbar bleibt, so ist dies mit dem siebten Würfel der Fall: er bleibt dem dreidimensionalen Auge verborgen. Diesem siebten Würfel entspricht beim Tessarakt ein achter Würfel, der, da wir hier einen vierdimensionalen Körper haben, als Gegenstück zum siebten Würfel in der vierten Dimension liegt.

Es ist auf eine andere Weise kaum möglich, eine Anleitung zu geben, wie man sich ein vierdimensionales Gebilde zu denken hat.

Nun möchte ich noch auf eine andere Weise zu sprechen kommen, die Ihnen vielleicht auch noch die Möglichkeit geben wird, das besser einzusehen, um was es sich hier eigentlich handelt.

Figur 12 zeigt einen Oktaëder, der von acht Dreiecken begrenzt ist. Wenn Sie sich dies Gebilde vorstellen, so bitte ich Sie, mit mir in Gedanken folgende Prozedur vorzunehmen. Sie sehen, hier ist immer eine Fläche von einer anderen geschnitten - hier (z.B. in AB) stoßen zwei Seiten (Flächen) zusammen, und hier (EB) stoßen zwei zusammen. Der ganze Unterschied zwischen Oktaëder und Würfel ist der Schnitt - punkt der Winkel; wenn sich Flächen so schneiden wie beim Würfel, so entsteht ein Würfel; wenn sie sich aber so schneiden wie hier, so entsteht ein Oktaëder. Es handelt sich darum, daß wir Flächen unter den verschiedensten Winkeln sich schneiden lassen, dann bekommen wir die verschiedensten Raumgebilde.

Denken Sie sich nun, wir könnten hier dieselben Flächen des Oktaeders auch in anderer Weise zum Schneiden bringen. Denken Sie sich diese Fläche hier, z.B. AEB nach allen Seiten fortgesetzt, und diese untere hier BCF auch, dann ebenso die rückwärts liegenden ADF und EDC: so müssen sich dann die Flächen ebenfalls schneiden, und zwar schneiden sie sich hier doppelt symmetrisch. Wenn Sie diese Flächen in dieser Weise verlängern, so fällt immer eine fort - ABF, EBC, und rückwärts EAD und DCF, und die vier, die dann bleiben, die geben dieses Tetraëder, das man auch die Hälfte eines Oktaëders nennt, das deshalb die Hälfte eines Oktaëders ist, weil es die Hälfte der Flächen des Oktaëders zum Schnitt bringt. (Siehe Zeichnung No.13 & 14). Beim Oktaëder ist das ganz leicht vorzustellen.

Wenn Sie sich den Würfel in derselben Weise halbiert denken, wenn

Sie also hier eine Fläche mit der entsprechenden anderen sich schneiden lassen, so bekommen Sie immer wieder einen Würfel: Die Hälfte eines Würfels ist wieder ein Würfel. Daraus möchte ich einen wichtigen Schluß ziehen, will aber dazu noch dies(en Körper) zu Hilfe nehmen. Hier habe ich einen Rhombendodekaëder. Sie sehen, daß die Flächen unter gewissen Winkeln aneinander grenzen. Es ist nun hier zu gleicher Zeit ein System von vier Drähten zu sehen, welche ich Achsendrähte nennen möchte, und die zueinander gegenläufig sind. (Siehe Zeichnung No.15) Diese Drähte stellen uns in einer ähnlichen Weise ein System von Achsen dar, wie Sie es sich vorstellten, daß am Würfel ein System von Achsen ist. Den Würfel bekommt man, wenn man bei einem System von drei aufeinander senkrecht stehenden Achsen dadurch Schnittflächen hervorbringt, daß Stauungen eintreten. Läßt man die Achsen unter anderen Winkeln sich schneiden, so bekommt man ein anderes Raumgebilde. Das Rhombendodekaeder hat Achsen, die sich unter anderen als rechten Winkeln schneiden. Der Würfel gibt halbiert sich selbst, aber nur beim Würfel trifft dies zu. Das Rhombendodekaeder in seinen halben Flächen zum Schnitt gebracht, gibt ebenfalls ein anderes Raumgebilde.

Nehmen wir nun das Verhältnis des Oktaëders zum Tetraëder und zwar will ich Ihnen sagen, was da gemeint ist. Das tritt klar hervor, wenn wir allmählich das Oktaëder in das Tetraëder übergehen lassen. // Nehmen wir zu diesem Zwecke ein Tetraëder, dem wir (wie in Zeichnung No.16 an der Spitze angedeutet) die Ecken abschneiden, und setzen wir dies fort bis die Schnittflächen sich an den Kanten des Tetraëders begegnen, - dann bleibt übrig das angedeutete Oktaëder. So bekommen wir aus einem Raumgebilde, das durch vier Flächen begrenzt ist, ein achtseitiges Gebilde, wenn wir unter entsprechenden Winkeln die Ecken abschneiden.-

Dasselbe, was ich hier mit dem Tetraëder gemacht habe, können Sie wiederum nicht mit dem Würfel machen. Der Würfel hat ganz besondere Eigenschaften, nämlich, daß er das Gegenstück ist zum dreidimensionalen Raum. Wenn Sie zu den drei Achsen senkrecht stehende Flächen haben, so bekommen Sie unter allen Umständen einen Würfel.

Wenn man mit dem Würfel den theoretischen Würfel bezeichnen will, so sagt man, der Würfel ist überhaupt das Gegenstück zum dreidimensionalen Raum. So wie das Tetraëder das Gegenstück ist zum Oktaëder, wenn ich die Seiten des Oktaëders /? Tetraëders?/ zu bestimmten Schnitten bringe, so ist der einzelne Würfel das Gegenstück zum ganzen Raum. Wenn Sie sich den ganzen Raum als positiv denken, so ist der Würfel negativ. Der Würfel ist zum ganzen Raum polar, - er hat im physischen Würfel sein ihm eigentlich korrespondierendes Gebilde.

Nehmen Sie einmal jetzt an, ich würde den Raum nicht dreidimensional begrenzen, sondern ich würde ihn so begrenzen, daß ich (vier Kugeln ihn begrenzen lasse). Ich begrenze zunächst den zweidimensionalen Raum dadurch, daß ich vier ineinander gehende Kreise habe. Sie können sich nun vorstellen, daß die Kreise immer größer und größer werden; dann werden sie mit der Zeit alle in ~~eine~~ gerade Linien übergehen. Sie bekommen dann vier sich schneidende Gerade und statt der vier Kreise ein Quadrat. Denken Sie sich nun statt der Kreise Kugeln, u.z. sechs, so, daß sie eine Art von Maulbeere bilden. Wenn Sie sich mit den Kugeln dasselbe denken, wie mit den Kreisen, daß sie immer größere Durchmesser bekommen, so werden diese sechs Kugeln zuletzt ebenso die Begrenzungsflächen eines Würfels werden, wie die vier Kreise die Begrenzungslinien eines Quadrates würden.

Der Würfel ist jetzt dadurch entstanden, daß wir sechs Kugeln hatten,

ten,

die flach geworden sind. Es ist also der Würfel nichts anderes als der Spezialfall für sechs ineinander gehende Kugeln, wie das Quadrat nichts anderes ist als der Spezialfall für vier ineinandergehende Kreise.

Wenn Sie sich klar sind, daß Sie sich diese sechs Kugeln so vorzustellen haben, daß sie, in die Ebene gebracht, unseren früheren Quadraten entsprechen, - wenn Sie sich ein absolut rundes Gebilde über - gehend denken in ein gerades, so bekommen Sie die einfachste Raumform. Der Würfel kann vorgestellt werden als die Verflachung Vereinfachung von sechs ineinander geschobenen Kugeln. Sie können von einem Punkte eines Kreises sagen, daß er um zu einem anderen zu kommen durch die zweite Dimension hindurchgehen muß. Haben Sie aber den Kreis so groß werden lassen, daß er eine gerade Linie bildet, so kann jeder Punkt zu dem anderen kommen durch die erste Dimension. Solange jedes von den vier Gebilden ein Kreis ist, ist es zweidimensional; jedes Grenzgebilde, wenn es eine Gerade geworden, ist eindimensional. Jede Grenzfläche eines Würfels ist aus einem dreidimensionaleøn Gebilde entstanden, (und nur dadurch entstanden, daß die dritte Dimension auf zwei reduziert ist; eine Dimension als eingebüßt gedacht). So ist die zweite Dimension entstanden durch Einbüßung der Tiefe-Dimension. Wie wir ein dreidimensionales Gebilde mit zweidimensionalen Grenzen erhalten, wenn wir dreidimensionale Grenzgebilde auf zweidimensionale reduzieren, so müssen Sie daraus schließen, daß wir, wenn wir den dreidimensionalen Raum betrachten, eine jede Richtung als verflacht muß zu denken haben, - verflacht aus einem unendlichen Kreis; und daß Sie, wenn Sie in der einen Richtung fortschreiten könnten, aus der anderen zurückkommen würden. So ist eine jede Raumdimension dadurch entstandem, daß sie die entsprechenden anderen verloren hat.

In unseren dreidimensionalen Raum steckt ein dreiachsiges System; es sind drei aufeinander senkrecht stehende Achsen, welche die anderen

Dimensionen eingebüßt haben, und dadurch sind sie flach geworden. Sie bekommen also den dreidimensionalen Raum, wenn Sie eine jede Richtung gerade biegen. Jeder Raumteil könnte in sich wiederum gekrümmt werden: dann würde entstehen durch Krümmen des eindimensionalen Gebildes ein zweidimensionales, durch Krümmen des zweidimensionalen Gebildes bekommen Sie ein dreidimensionales: krümmen Sie endlich das dreidimensionale Gebilde, so bekommen Sie das vierdimensionale, sodaß das vierdimensionale auch vorgestellt werden kann als ein gekrümmtes dreidimensionales.

Und damit komme ich von dem Toten zum Lebendigen. Durch dieses Krümmen können Sie den Uebergang vom Toten zum Lebendigen finden. Der Bei dem Toten ist der vierdimensionale Raum ist so spezialisiert, daß er flach geworden ist.
