X

Mitglieder-Vortrag

von

Dr. Rudolf Steiner

Berlin, 22. Oktober 1908 (a)

Der Gegenstand, der uns heute beschäftigen soll, wird uns mancherlei Schwierigkeiten machen. Betrachten Sie ihn als eine Episode. Er wird ja auf Wunsch gehalten. Wenn man ihn nur formal in seiner Tiefe erfassen will, so sind einige mathematische Vorkenntnisse nötig; wenn man ihn aber in seiner Realität erfassen will, so muß man schon sehr tief eindringen in den Okkultismus. Wir können also heute nur sehr oberflächlich davon reden, nur eine Anregung geben für diesen oder jenen.

Es ist sehr schwierig, überhaupt über die Mehrdimensionalität zu sprechen, weil man sich, wenn man in der Vorstellung sich eine Anschauung von dem machen will, was mehr als drei Dimensionen sind, weil man sich da in abstrakten Gebieten zu ergehen hat, und da müssen die Begriffe sehr präzise und streng gefaßt werden, sonst kommt man ins Bodenlose. Und dahin sind ja auch viele Freunde und Feinde gekommen.

Der Begriff des mehrdimensionalen Raumes ist ja der Mathikerwelt gar nicht so fremd, als man gewöhnlich glaubt. Es gibt in Mathematikerkreisen schon ein Rechnen mit einer mehrdimensionalen Rechnungsart. Natürlich kann der Methematiker nur in einem sehr begrenzten Sinn von diesem Raum sprechen, er kann nur die Möglichkeit erörtern. Ob er wirklich ist, kann nur der feststellen, der in einen mehrdimensionalen Raum hineinschauen kann. Hier haben wir es schon mit lauter Begriffen zu tun, die, wenn man sie nur genau faßt, wirklich uns Klarheit verschaffen über den Raumbegriff. Was ist der Raum? Man sagt gewöhnlich: Um mich herum ist Raum; ich gehe im Raum herum und so weiter. - Wer eine deutlichere Vorstellung haben will, der muß schon auf einige Abstraktionen eingehen. Wir nennen den Raum, in dem wir uns bewegen, dreidimensional. Er hat eine Ausdehnung nach Höhe und Tiefe, rechts und links, vorne und hinten, er hat Länge, Breite und Höhe. Wenn wir Körper betrachten, so sind diese Körper für uns in diesem Dreidimensionalen Raume ausgedehnt; sie haben für uns eine gewisse Länge, eine gewisse Breite und Höhe.

Wir müssen uns aber mit den Einzelheiten des Raumbegriffes beschäftigen, wenn wir zu einem genaueren Begriff kommen wollen. Sehen wir auf den einfachsten Körper, den Würfel. Er zeigt uns am deutlichsten, was Länge, Breite und Höhe sind. Wir finden eine Grundfläche des Würfels, die in der Länge und Breite sich gleich ist. Bewegen wir die Grundfläche in die Höhe, gerade so weit, wie die Grundfläche breit und lang ist, so bekommen Sie den Würfel, der also ein dreidimensionales Gebilde ist. An dem Würfel können wir am klarsten uns unterrichten über die Einzelheiten eines dreidimensionalen Gebildes. Wir untersuchen die Grenzen des Würfels; diese werden überall gebildet von Flächen, die von gleich langen Seiten belegt werden. 6 solcher Flächen sind vorhanden. Was ist eine Fläche? Schon hier wird der straucheln, der nicht zu ganz scharfen Abstraktionen fähig ist. Man kann zum Beispiel die Grenzen nicht von einem Wachswürfel als feine Wachsschicht abschneiden. Man bekäme dann ja immer noch eine Schicht von gewisser Dicke, erhielten also einen Körper. Auf diese Weise kommen wir nie zur Grenze des Würfels. Die wirkliche Grenze hat nur Länge und Breite, keine Höhe. Die Dicke ist gestrichen. Wir kommen also zu dem formelhaften Satz: Die Fläche ist die Grenze - so, daß eine Dimension fortfällt. - Was ist nun die Grenze der Fläche, zum Beispiel des Quadrates? Hier müssen wir wieder die äußerste Abstraktion nehmen. Es ist Linie, die nur eine Dimension, die Länge hat. Die Breite ist gestrichen. Was ist die Grenze der Linie? Es ist der Punkt; er hat gar keine Dimension. Man bekommt also jedesmal die Grenze eines Gebildes, indem man eine Dimension fortläßt. So also könnte man sich - und das ist auch der Gedankengang, den viele Mathematiker gegangen sind, besonders auch Riemann, der hier das Gediegenste geleistet hat -, so also könnte man sich sagen: Wir nehmen den Punkt, der gar keine, die Linie, die eine, die Fläche, die zwei, den Körper, der drei Dimensionen hat. Nun fragten sich die Mathematiker: Könnte es nicht so sein, daß man rein formal sagen könnte, man kann noch eine vierte Dimension hinzufügen? Dann müßte der Körper die Grenze des vierdimensionalen Gebildes sein, wie die Fläche die Grenze des Körpers, die Linie die Grenze der Fläche und der Punkt die Grenze der Linie ist. Natürlich kommt der Mathematiker dann noch weiter zu fünf-, sechs-, siebendimensionalen Gebilden und so weiter. Wir haben n-dimensionale Gebilde. Nun kommt schon eine Unklarheit in die Sache. Wir sagen: Der Punkt hat gar keine, die Linie eine, die Fläche zwei, der Körper drei Dimensionen. Wir können nun einen solchen Körper, zum Beispiel einen Würfel aus Wachs, Silber, Gold und so weiter machen. Sie sind der Materie nach verschieden. Wir machen sie gleich groß; dann nehmen sie alle denselben Raum ein. Lassen Sie nun alle Materie fort, so bleibt nur ein bestimmter Raumteil, der das Raumbild des Körpers ist. Diese Raumteile sind gleich, aus welchem Stoff der Würfel auch bestand. Dieser Raumteil hat auch Länge, Breite und Höhe. Wir können uns nun diese Würfel unendlich ausgedehnt denken und kommen so zu einem unendlich ausgedehnten dreidimensionalen Raume. Der Körper ist ja nur ein Teil davon. Es fragt sich nun, ob wir ohne weiteres solche begriffliche Erwägungen, die wir, vom Raume ausgehend machen, ausdehnen können auf höhere Wirklichkeiten. Der Mathematiker rechnet bei diesen Erwägungen eigentlich nur, und zwar mit Zahlen. Nun fragt es sich, ob man das überhaupt darf. Ich will Ihnen zeigen, eine wie große Verwirrung schon entstehen kann, wenn man mit den Raumgrößen zahlenmäßig rechnet. Warum? Ich brauche Ihnen nur eines zu sagen. Denken Sie sich, Sie haben hier eine quadratförmige Figur. Ich kann diese Figur, diese Fläche nach beiden Seiten immer breiter machen und komme so zu einer Fläche, die sich unbegrenzt zwischen

zwei Linien ausdehnt. Diese Fläche ist doch unendlich groß, also ist ∞ , unendlich. Jetzt denken Sie sich jemand, der höre, der Flächenraum zwischen diesen beiden Linien ist unendlich. Da denkt er sich natürlich die Unendlichkeit. Sprechen Sie nun zu ihm von der Unendlichkeit, so kann er sich unter Umständen ganz falsche Vorstellungen davon bilden. Denken Sie sich, ich nehme jetzt noch unten jedesmal 1 □ dazu, so habe ich eine Unendlichkeit, die genau doppelt so groß ist als die erste. Es gibt also $\infty = 2\infty$. Ebenso könnte ich bekommen $\infty = 3\infty$. Sie können überhaupt, wenn Sie mit Zahlen rechnen, ebensogut die Unendlichkeit benutzen wie eine Endlichkeit. So wahr der Raum schon im ersten Falle unendlich war, ebenso wahr ist es, daß er nachher 2, 3 und so weiter ∞ ist. Wir rechnen hier also zahlenmäßig. Wir sehen, der Begriff der Unendlichkeit des Raumes gibt uns gar keine Möglichkeit, hier tiefer einzudringen. Zahlen haben eigentlich gar keine Beziehung zum Raume, verhalten sich ganz neutral zu ihm wie Erbsen oder irgendwelche anderen Gegenstände. Sie wissen ja nun, daß sich durch Rechnen an der Realität nichts ändert. Hat jemand 3 Erbsen, so kann er durch die Multiplikation nichts ändern, wenn er auch richtig rechnet. $3 \times 3 = 9$ gibt noch keine 9 Erbsen. Eine bloße Überlegung ändert hier nichts, und Rechnen ist eine bloße Überlegung. Ebenso wie die 3 Erbsen zurückbleiben, wenn auch richtig multipliziert wird, so konnte der dreidimensionale Raum ebenso zurückbleiben, wenn der Mathematiker auch rechnet: 2, 3, 4, 5 dimensionaler Raum. Sie werden fühlen, daß eine solche mathematische Überlegung etwas sehr Bestechendes hat. Diese Überlegung beweist aber nur, daß der Mathematiker damit rechnen könnte, wenn es einen solchen dreidimensionalen Raum gäbe. Aber er kann über die Gültigkeit eines solchen Begriffes nichts ausmachen. Das wollen wir uns hier in aller Strenge klarmachen.

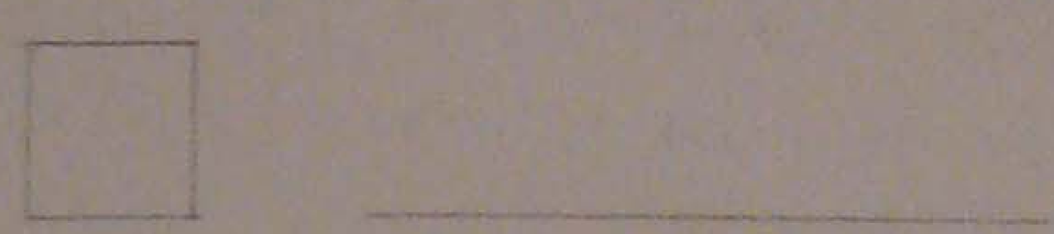
Jetzt wollen wir noch einige andere Überlegungen ins Auge fassen, die von Mathematikerseite sehr scharfsinnig, könnte man sagen, gemacht worden sind. Wir Menschen denken, hören, fühlen und so weiter im dreidimensionalen Raum. Denken wir uns nun einmal, daß es Wesen gäbe, die nur im zweidimensionalen Raum wahrnehmen könnten, die so organisiert wären, daß sie immer nur in der Fläche bleiben müssten, daß sie nicht aus der zweiten Dimension herauskommen könnten. Solche Wesen sind durchaus denkbar, die nur nach rechts und links sich bewegen können, die aber keine Ahnung haben, was oben und unten sich befindet. Nun könnte es dem Menschen in seinem dreidimensionalen Raum auch so gehen. Er könnte nur für die drei Dimensionen organisiert sein, so daß er die vierte nur nicht wahrnehmen könnte, die aber für ihn sich ebenso hinzu ergibt, wie für die anderen die dritte sich hinzu ergibt. Nun sagen die Mathematiker, das ist durchaus denkmöglich, den Menschen als solches Wesen zu denken. Nun könnte man aber wieder sagen, das ist nun auch nur so eine Auslegung. Man könnte das gewiß sagen. Aber hier muß man doch wieder etwas genauer zu Werke gehen. So einfach wie im ersten Falle liegt die Sache hier doch nicht. Ich gebe absichtlich heute nur ganz einfache Erörterungen. Es ist mit dieser Schlußfolgerung nicht so wie mit der ersten rein formalen Erwägung. Wir kommen hier zu einem Punkte, wo wir anhaken können. Es ist richtig, daß es ein

Wesen geben kann, das nur in der Fläche sich bewegen kann, das keine Ahnung hat, daß es oben oder unten noch etwas gibt. Nun denken Sie sich einmal folgendes. Denken Sie sich, innerhalb der Fläche wird für das Wesen ein Punkt sichtbar, der natürlich wahrnehmbar ist, weil er in der Fläche sich befindet. Bewegt er sich nur in der Fläche, so bleibt er sichtbar; bewegt er sich aber aus der Fläche heraus, so wird er unsichtbar. Er wäre verschwunden für das Flächenwesen. Denken wir nun, der Punkt tauchte nachher wieder auf, werde also wieder sichtbar, verschwände dann wieder und so weiter. Verfolgen kann das Wesen den Punkt nicht, aber sagen kann sich das Wesen: Der Punkt ist inzwischen irgendwo gewesen, wo ich nicht hineinschauen kann. (Ein Komet, wenn er verschwindet, geht durch den vierdimensionalen Raum.) Das Flächenwesen könnte nun ein Zweifaches tun. Versetzen wir uns einmal in die Seele dieses Flächenwesens. Es könnte einmal sagen: Es gibt eine dritte Dimension, in die der Gegenstand untergetaucht ist; dann ist er nachher wieder aufgetaucht. - Aber es könnte auch sagen: Das sind ganz dumme Wesen, die von einer dritten Dimension sprechen; der Gegenstand ist immer verschwunden, untergegangen und wieder neu entstanden. - Man müßte dann doch sagen: Das Wesen sündigt gegen den Verstand. Aber wenn es nicht ein fortwährendes Verschwinden und Neuentstehen annehmen will, muß sich das Wesen doch sagen: Es ist irgendwo untergetaucht, verschwunden, wo ich nicht hineinschauen kann.

Wir sehen hier, was wir zu der mathematischen Betrachtung hinzufügen müssen. Es müßte sich im Felde unserer Beobachtung etwas finden, was immer auftaucht und wieder verschwindet. Dazu braucht man gar nicht hellsehend zu sein. Wäre das Flächenwesen hellsehend, so brauchte es ja nicht zu schließen, es wüßte ja aus der Erfahrung, daß es eine dritte Dimension gibt. Ebenso ist es für den Menschen. Solange ich nicht hellsehend bin, müßte er sich sagen, bleibe ich in den drei Dimensionen. Sobald ich aber etwas beobachte, das von Zeit zu Zeit verschwindet und wieder auftaucht, so bin ich berechtigt zu sagen: Hier gibt es eine vierte Dimension. Alles, was bisher gesagt worden ist, ist so unangreifbar wie nur irgend möglich. Und die Bestätigung ist so einfach, daß es dem Menschen in seinem heutigen verblendeten Zustande gar nicht einfallen wird, es zuzugeben. Die Antwort auf die Frage: Gibt es so etwas, was immer verschwindet und wieder auftaucht? ist so leicht. Denken Sie einmal, es taucht eine Freude in Ihnen auf und dann verschwindet sie wieder. Es ist unmöglich, daß irgend jemand, der nicht hellsehend ist, sie noch wahrnehmen wird. Nun taucht dieselbe Empfindung durch irgendein Ereignis wieder auf. Nun könnten Sie genau wie das Flächenwesen sich verschieden verhalten. Entweder die Empfindung ist verschwunden irgendwohin, wo ich sie nicht verfolgen kann, oder aber sie vergeht und entsteht immer wieder neu. Es ist nun aber einmal wahr, jeder ins Unbewußte hingeschwundene Gedanke ist ein Beweis dafür, daß etwas verschwindet und wieder auftaucht. Gegen alles dies ist höchstens eins einzuwenden. Wenn Sie sich bemühen, gegen einen solchen Ihnen schon plausiblen Gedanken alles einzuwenden, was von einer materialistischen Anschauung eingewendet werden könnte, so tun Sie ganz recht.

Ich will hier einmal den allerspitzfindigsten Einwand machen; alle andern sind sehr leicht zu widerlegen. Man sagt zum Beispiel, alles wird auf rein materialistische Weise erklärt. Nun will ich euch zeigen, daß ganz gut innerhalb der materiellen Vorgänge etwas verschwinden kann, was nachher wieder auftaucht. Stelle dir einmal vor, irgendein Dampfkolben wirkt, stößt immer nach derselben Richtung hin. Er ist als fortschreitender Kolben wahrnehmbar, solange die Kraft wirkt. Nehmen wir nun an, ich setze entgegen einen ganz gleichen entgegengesetzt wirkenden Kolben. Dann hebt sich die Bewegung auf, es tritt Stillstand ein. Hier verschwindet also tatsächlich die Bewegung. Hier könnte man sagen: Für mich ist die Empfindung von Freude nichts anderes, als daß sich etwa im Gehirn Moleküle bewegen. Solange diese Bewegung stattfindet, empfinde ich die Freude. Nehmen wir nun an, irgend etwas anderes bewirkt im Gehirn eine entgegengesetzte Bewegung der Moleküle, so verschwindet die Freude. - Nicht wahr, es könnte schon jemand, der nicht sehr weit ginge mit seinen Erwägungen, hier schon einen ganz bedeutungsvollen Einwand finden. Aber sehen wir uns einmal an, wie es mit diesem Einwand eigentlich steht. Also genau wie eine Bewegung durch die entgegengesetzte verschwindet, so wird die Empfindung durch die entgegengesetzte ausgelöscht. Was geschieht nun, wenn eine Bewegung des Kolbens die andere auslöscht? Sie verschwinden beide! Die zweite verschwindet auch sofort. Sie kann die andere nicht auslöschen, ohne daß sie sich selbst auslöscht. Ja, dann kann aber niemals eine Empfindung die andere auslöschen. Also könnte niemals irgendeine Empfindung, die in meinem Bewußtsein ist, die andere auslöschen. Es ist also ganz falsch, daß eine Empfindung die andere auslöschen könnte. Jetzt könnte höchstens noch gesagt werden, daß die erste Empfindung durch die zweite ins Unterbewußtsein gedrängt wird. Aber dann gibt man eben zu, daß etwas besteht, was sich unserer Beobachtung entzieht.

Wir haben heute gar nicht Rücksicht genommen auf irgendwelche hellseherischen Beobachtungen, sondern nur von rein mathematischen Vorstellungen gesprochen. Da wir nun die Möglichkeit einer solchen vierdimensionalen Welt zugegeben haben, so fragen wir uns: Gibt es eine Möglichkeit, so etwas zu beobachten, ohne daß man hellsehend ist? Ja, wir müssen aber die Projektion hinzunehmen. Haben Sie eine Flähhe, so können Sie sie drehen, daß Ihr Schattenbild eine Linie ist. Ebenso können Sie von der Linie als Schattenbild den Punkt bekommen. Für einen Körper ist das Schattenbild die Fläche. Ebenso kann man sagen: Also ist es durchaus klar, wenn wir uns klar darüber sind, daß es eine vierte Dimension gibt, daß wir sagen, die Körper sind die Schattenbilder der vierdimensionalen Gebilde. Hier sind wir auf rein geometrische Weise zu dieser Vorstellung gekommen. Es ist aber auch noch auf andere Weise möglich. Denken Sie sich ein Quadrat, das ja zwei Dimensionen hat. Denken Sie sich die vier Linien nebeneinander gelegt, so haben Sie



ein zweidimensionales Gebilde in eine Dimension auseinandergelegt. Gehen wir weiter. Denken Sie, wir haben eine Linie. Gehen wir ebenso vor wie bei dem Quadrat, so können wir sie auch auseinanderlegen, und zwar in zwei Punkte. Einen Würfel können Sie sich auch auseinanderlegen in sechs Quadrate. Da haben wir also den Würfel hinsichtlich seiner Grenzen in Flächen auseinandergelegt, so daß wir sagen können: Eine Linie wird in zwei Punkte, eine Fläche in vier Linien, ein Würfel in sechs Flächen auseinandergelegt. Wir haben hier die Zahlenfolge 2, 4, 6. Jetzt nehmen wir acht Würfel Genau wie das jedesmal die auseinandergelegten Grenzen waren, so sind hier acht Würfel die Grenzen des vierdimensionalen Körpers. Die Grenzen bilden ein Doppelkreuz, das, können wir sagen, die Grenzen des regelmäßigen Körpers angeben. Wir können uns also eine Vorstellung bilden von den Grenzen dieses Körpers, des Tessarakts. Wir haben hier dieselbe Vorstellung von dem vierdimensionalen Körper, wie das zweidimensionale Wesen sie haben könnte von einem Würfel zum Beispiel durch Auseinanderlegen der Grenzen.

\- - - - - - -