

M 42

gedruckt

Dienstag den 5. April 1921. (a)

Anthroposophie und Fachwissenschaften.

Vortrag von Dr. R u d o l f S t e i n e r : II. Mathematik und
anorganische Naturwissenschaften.

- - -

Verehrte Anwesende, verehrte Komilitonen!

Wenn heute durch diese Betrachtung versucht wird, den Uebergang zu machen vom eigentlichen philosophischen Gebiete in das Gebiet der spezielleren Fachwissenschaften, so ist dieser Uebergang in unserer gegenwärtigen Zeitepoche eigentlich ganz naturgemäss über eine Anschauung des mathematischen, physischen, chemischen, das heisst des ^{un}organischen Naturgebietes zu bewerkstelligen, zu bewerkstelligen aus dem Grunde, weil ja weitaus die meisten der gegenwärtigen philosophischen Vorstellungen so aufgebaut sind, dass die Philosophen dasjenige zu Grunde legen, was sie gewonnen haben an Begriffen und Ideen aus jenem Wissenschaftsgebiete, das heute als das Sicherste gilt, und das ist ja das mathematische und das der unorganischen Naturwissenschaft. Es muss, wenn man die ja heute so beliebte mathematische Behandlung des Gebietes unorganischer Naturwissenschaften besprechen will, immer wiederum an etwas erinnert werden, das hier schon einmal, letzten Sonntag, erwähnt worden ist, an die Anknüpfung, welche glaubt, das gegenwärtige Denken an Kant machen zu können, gerade mit der Einführung der Mathematik in die unorganischen Naturwissenschaften, ja in die Wissenschaft überhaupt. Und dasjenige, worauf in diesem und auch in einem späteren Zusammenhange von der negativen Seite her - ich sage ausdrücklich, von der negativen Seite her - wird aufmerksam gemacht werden müssen, das findet sich schon bemerkt bei einzelnen anderen Denkern, die sehr weit abstehen von dem Gebrauche übersinnlicher Erkenntnisse. In dieser Beziehung wird man das Negative, das heisst, das Zurückweisen &

reinen mathematischen Behandelns der Naturwissenschaft z. B. selbst bei einem solchen Denker, wie Fritz Mauthner, ganz trefflich finden. Man wird bei ihm finden, wie er aus einem gewissen Scharfsinne heraus in negativer Beziehung, das heisst, im Zurückweisen desjenigen, was als falsche Ansprüche einer falschen Wissenschaftlichkeit auftritt, durchaus nicht unglücklich ist. Und man kann in dieser Beziehung in Beziehung auf die Frage: Was kann die gegenwärtige Wissenschaft nicht? gerade von einem solchen Denker wie Fritz Mauthner viel lernen, lernen durch das Negative, das er vorbringt, und lernen durch die Tatsache, dass er bei diesem Negativen stehen bleiben möchte, durchaus nicht vorwärtsdringend zu einer positiven Erkenntnis.

Warum sollten Sie nicht auch, meine sehr verehrten Anwesenden, von einem solchen negativen Denker lernen? Wenn ich gestern anführen konnte den Ausspruch ^{Andrig} August Hallers, dass nach seiner Meinung Kant dem Arsenal des Lichtes die Waffen entnommen habe, um sie im Dienste der Finsternis zu verwenden, warum sollten Sie nicht auch dem Arsenal der Finsternis, sogar der gewollten Finsternis des Erkennens, wie sie sich bei Fritz Mauthner findet, warum sollten Sie nicht dem Arsenal der Finsternis die Waffen entlehnen, um sie im Dienste des Lichtes zu verwenden!

Aufmerksam zu machen ist - wie gesagt - auf jenen Ausspruch Kants, der da lautet: es findet sich in jeder einzelnen Disziplin nur so viel eigentliche Wissenschaft, als Mathematik darinnen anzutreffen ist.

Wenn man die Geschichte der Verwendung dieses Kantischen Ausspruches bis in unsere Tage herein studiert, dann bekommt man ein interessantes Beispiel zur ~~der Frage~~ Beantwortung der Frage: wie man überhaupt in der neueren Zeit Kanteaner ist. Denn die Leute, die sich auf diesen Ausspruch berufen, die meinen, dass in jede einzelne Wissenschaft so viel wirkliche Wissenschaftlichkeit hineingetragen werde, als Mathematik darinnen ist. Kant meint aber etwas ganz anderes. Kant meint: so viel er Mathematik in die

Wissenschaft hineinträgt, so viel ist eben Mathematik, das heisst, wirkliche Wissenschaft drinnen, und das Andere ist nicht Wissenschaft, das Andere ist eben in den einzelnen Wissenschaften überhaupt gar keine Wissenschaft.

Sie sehen, man wird Kantianer, wenn man einen Kantischen Ausspruch nach seiner Ausführung gründlich missversteht. Denn die Kantschaft auf diesem Gebiete hat etwa die folgende Logik: wenn ich sage, in einer Versammlung, in der tausend Menschen sind, ist so viel Genialität darinnen, als drei geniale Menschen hineingetragen haben, so meine ich ganz gewiss nicht, dass die tausend Menschen nun die Genialität der drei Menschen überkommen haben. Ebensowenig meint Kant, dass das Uebrige in der Wissenschaft die Wissenschaftlichkeit der Mathematik bekommen hat, sondern er meint eben, dass nur der kleine Teil, der auch in der Wissenschaften Mathematik geblieben ist, dass der wirkliche Wissenschaft ist, das Andere überhaupt keine Wissenschaft ist.

Man muss von solchen Dingen im Ernste, - und in einem empirischen Zeitalter sollte man das empirisch, nicht a priori tun - im Ernste studieren, damit sich solche Fragen nicht so beantworten, wie es heute vielfach geschieht, sondern damit man der Wahrheit auf die Spuren kommt.

Nun kann man aber noch auf etwas Anderes hinweisen. Man kann darauf hinweisen, dass z. B. die hervorragendsten mathematischen Denker der neueren Zeit die Mathematik etwa so definieren: sie wäre die Wissenschaft von den Grössen. Nun ja, heute ist sie die Wissenschaft von den Grössen; aber man gehe nur einmal ein paar Jahrhunderte zurück in diejenige Zeit, in welcher Cartesius und Spinoza eine grosse Befriedigung daran gefunden haben, ihre Philosophie nach mathematischer Methode darzustellen - wie sie sagen- und man wird finden, dass es etwas ganz Anderes ist, was als mathematische Methoden Descartes und Spinoza in ihre Philosophie hineinbringen wollen, als dasjenige, was in der neueren Zeit als Mathematik in die Naturwissenschaft hineingetragen werden soll.

April 1921, Dornach.
Mathematik und anorgan.
Naturwissenschaften.

- 4 -

Gehen wir bis zu Descartes und Spinoza zurück, dann finden wir, dass diese beiden Philosophen ihr philosophisches System so aufstellen wollen, dass eine ebenso grosse Sicherheit im Uebergang von einem Satz zum anderen herrscht, wie sie in der Mathematik herrscht. Das heisst, sie wollen ihre Philosophie aufbauen nach ^{dieser} dem Muster mathematischer Methoden, aber nicht, sie wollen in ihre Philosophie dasjenige hineintragen, was man heute unter Mathematik versteht. Da haben wir aber bereits, indem wir so zu Cartesius und Spinoza zurückgehen, mit dem Worte Mathematik einen ganz anderen Sinn verknüpft. Wir haben mit Absehen dessen, was sich bloss auf Grösse bezieht, den Sinn verknüpft des inneren sicheren Uebergehens von Urtheil zu Urteil, von Schluss zu Schluss. Wir haben die Art des mathematischen Denkens ins Auge gefasst, nicht dasjenige, was wir eine Grössenwissenschaft nennen können.

Und gehen wir noch weiter zurück, dann bekommt in älteren Zeiten das Wort Mathematik überhaupt einen ganz anderen Sinn, dann ist Mathematik identisch mit dem Worte Wissenschaft. Das heisst: man hat, wenn man von Wissenschaft gesprochen hat, von Mathesis oder Mathematik gesprochen, weil man im Mathematisieren fand jene Sicherheit des inneren Durchschauens sowohl des im Bewusstsein vorhandenen Tatbestandes, den man verband mit dem Worte Wissen und Wissenschaft. Und so ist ein viel allgemeinerer Begriff auf das enge Gebiet der Grössenlehre übertragen worden.

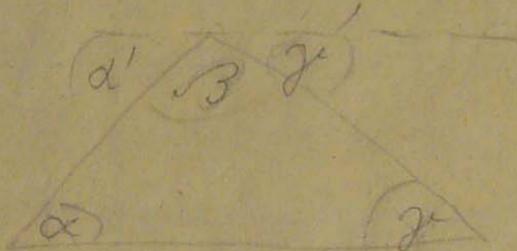
Heute haben wir alle Veranlassung, uns an solche Dinge zu erinnern, weil wir in die Notwendigkeit versetzt sind, wiederum hinzuschauen auf dasjenige, was im mathematischen Denken eigentlich vorliegt. Was ist das Wesentliche des mathematischen Denkens? Das Wesentliche des mathematischen Denkens ist eben die Durchschaubarkeit der mathematischen Bewusstseinsinhalte. Wenn ich aufzeichne ein Dreieck, und die drei Winkel ins Auge fasse, Alpha, Beta, Gamma, und den Beweis liefern will, dass die Summe dieser drei Winkel 180 Grad ist, dann mache ich das Folgende:

5. April 1921

ernach, Mathematik und
organ. Naturwissenschaften.

- 5 -

Ich ziehe zur Grundlinie eine Parallele, durch den obersten Punkt des Dreiecks, betrachte mir das Verhältnis der Winkel Alpha und Gamma zu den an der Parallele entstehenden Wechselwinkeln und habe dann, indem ich überschaue die Zusammenlagerung der drei Winkel, welche an der Parallele entstehen, Gamma Strich, Alpha Strich und Beta. Ich habe in dem Ueberschauen dieser drei Winkel, wie sie sich aneinander lagern und wie sie einen Winkel von 180 Grad bilden, den Beweis, dass auch die drei Winkel des Dreiecks 180 Grade sind.



Das heisst, dasjenige, was bis in die Beweis-kante hinein im Mathematischen als Bewusstseinsbestand vorhanden ist, das ist überschaubar, das wird vom Anfang bis zum Ende von innerlichem Erleben begleitet, und darauf beruht die Sicherheit, die man fühlt im Mathematisieren, dass alles dasjenige, was als Bewusstseinsbestand vorliegt, von innerlichem Erleben begleitet wird, bis zum Urteil und bis zum Beweis hin.

Und wenn man dann die äussere Natur betrachtet, in deren materielle Grundlagen man mit einer solchen Ueberschaubarkeit nicht hineindringen kann, dann fühlt man sich an betrachtend der äusseren Natur dennoch befriedigt, wenn man verfolgen kann ihre Erscheinungen in dem, was einem zuerst in der Ueberschaulichkeit entgegengetreten ist. Die Sicherheit, die man fühlt in dieser Ueberschaubarkeit des Bewusstseinsbestandes beim Mathematischen, die tritt einem besonders dann zutage, wenn man eingeht auf dasjenige, was ja von allen Seiten als ein grosser Fortschritt im Mathematischen innerhalb des 19. Jahrhunderts angesehen wird, nämlich all dasjenige, was als nichteuklidische Geometrie als Metageometrie bei Lobatschewski, ~~Bolyai~~, Legendre usw. hervorgetreten ist.

Bolyai

Da sehen wir, wie im Grunde genommen doch erst bauend auf die innere Sicherheit des Anschauens dann die euklidischen Axiome abgeändert werden, und wie man durch Abänderung der euklidischen Axiome mögliche andere Geometrien als die euklidische aufbaut, und wie man dann versucht, mit demjenigen, was man da als eine Erweiterung der Anschaulichkeit aufgebaut hat, wie man dann versucht, mit dem gegenüber einer undurchschaubaren Wirklichkeit zurechtzukommen. Alle Dinge, die wir vorstellen, die durch diese Metageometrie einbezogen sind in das moderne Denken, die sind im Grunde genommen ein Tatsachenbeweis für die Sicherheit, die man fühlt in dem Ueberschaubaren des Mathematisierens. Und niemand wird mit Bezug auf den euklidischen Raum - denn die Räume der andern Geometrien sind eben andere Räume - niemand wird mit Bezug auf den euklidischen Raum, der ja dadurch charakterisiert ist, dass drei aufeinander senkrecht stehende Koordinatenachsen bis in die Unendlichkeit hinein in ihren Richtungen aufeinander senkrecht gestellt gedacht werden müssen, ~~niemand~~ wird daran zweifeln, dass für diesen euklidischen Raum dasjenige gilt, was hier hingestellt worden ist als Beweis für die 180-Gradigkeit der drei Winkel eines Dreiecks. Und er will sich klar sein darüber, dass es, wenn er die euklidischen Axiome abändert, dies vielleicht Beziehung habe auf unsern Raum, in dem wir sind; der ist eben dann nicht der euklidische Raum, der ist vielleicht ein innerlich ^{krümmen} gegründeter ~~Raum~~ Raum; aber dass für den euklidisch überschaubaren Raum die euklidischen Resultate wegen ihrer Durchschaubarkeit als sicher angenommen werden müssen, daran wird niemand zweifeln.

Und gerade, wenn man diese Tatbestände durchschaut, dann wird man finden, dass die Anwendung der Mathematik auf das Gebiet der Naturwissenschaft darauf beruht, dass man in der Außenwelt das erst innerlich Gefundene/wieder findet, dass gewissermaßen die Tatsachen der Außenwelt sich so verhalten, wie es entsprechen ist den mathematischen Ergebnissen, die wir erst unabhängig von

dieser Aussenwelt in innerer Anschauung empfunden haben.

Aber eines ist ja durchaus zu konstatieren, das -ich
aus
möchte sagen- die Vorbedingung ist für diese innerliche Anschau-
lichkeit des Mathematischen. Diese Vorausbedingung ist, dass die-
ses Mathematische zuerst uns als Bild entgegentritt. Jene innere
freie Tätigkeit des Konstruierens, die wir erleben ~~im Mathematisieren~~
im Mathematisieren, die ist eine solche innere freie Tätigkeit.
Nur dadurch, dass in ihr nichts waltet von dem, was sonst innerlich
halb unserer menschlichen Wesenheit waltet, wenn wir z. B., einem
Instinkt folgend, wollen oder dergleichen, es ist gewissermassen
bis zur Bildhaftigkeit herausgehoben dasjenige, was als Be-
wusstseinsbestand in Mathematisieren auftritt. Es ist in Bezug
auf dasjenige, was äusserliche Naturwirklichkeit ist, Unwirklich-
keit, dieses Mathematische, und wir fühlen gerade die Befriedi-
gung innerhalb der Anwendung des Mathematischen auf die Natur-
erkenntnis dadurch, dass wir das frei in Bildlichkeit Erfasste
im Reiche des Seins wieder erkennen können. Aber gerade daraus
wird man zugeben müssen, dass auf der einen Seite es berechtigt
ist, wenn solche Geister, die nicht bloss gehen wollen auf das-
jenige, was die Naturwirklichkeit als solche in der menschlichen
Anschauung als wirklich zeigt, sondern die auf das Volle, Totale
der Wirklichkeit gehen wollen, wie Goethe, dass solche Geister,-
das hat ja Goethe besonders bei der Behandlung der „Farbenlehre“
klar gezeigt, dass solche Geister nicht eine totale Anwendung
des Mathematischen auf die ganze äussere Wirklichkeit wollen.
Goethe's Ablehnen der Mathematik ging gerade aus der Erkenntnis
hervor, dass man zwar dasjenige, was der bildhafte Anschau-
lichkeit des Mathematischen entspricht, in der äusseren Natur
finden könne durch Mathematik, dass man aber damit zu gleicher
Zeit Abstand nimmt von allem Qualitativen. Goethe wollte bei
der Behandlung der äusseren Natur nicht bloss das Quantitative,
er wollte auch das Qualitative einbezogen haben.

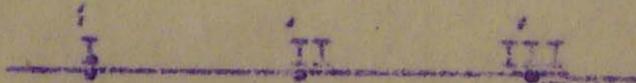
Auf der anderen Seite aber muss man sagen, dass die
ganze innerliche Grösse des Mathematischen auf ihrer Bildlich-

keit beruhe, und dass gerade in dieser Bildlichkeit dasjenige zu suchen sei, was ihr den Charakter einer a priori'schen Wissenschaft gibt, einer Wissenschaft, die rein durch innere Anschauung zu finden ist. Aber damit ist man ja zu gleicher Zeit, indem man mathematisiert, gerade gegenüber dem einen die Mathematik ganz besonders interessiert, gegenüber dem Natursein, ist man eigentlich draussen. Man ergreift nirgends ein in sich Wirkendes, sondern nur die mathematisch ausdrückbaren Beziehungen dieses Wirkenden durch die mathematischen Formeln. Wenn Sie in mathematischen Formeln eine zukünftige Mondesfinsternis berechnen oder mit Einsetzung entsprechender Grössen in negativer Form eine in früherer Zeit vorübergegangene Mondesfinsternis errechnen, so müssen Sie sich bewusst sein, dass Sie niemals in das innere Wesen desjenigen eindringen, was da geschieht, sondern nur von einem gewissen Gesichtspunkte aus die Quanten von Verhältnissen mit mathematischen Formeln umfassen. Das heisst, man muss sich klar sein, dass man niemals in das innerlich ^{anz} differenzierte, in das wesentlich differenzierte durch das Mathematische hineindringen kann, wenn man dieses Mathematische in dem engen Sinne fasst, in dem es noch heute vielfach gefasst wird. Aber schon sehen wir auch innerhalb des Mathematischen eine Art Weg, der aus dem Mathematischen selber herausführt. Aus dem, was ich eben gesagt habe, können Sie entnehmen, meine verehrten Anwesenden, dass es dieser Weg, der aus dem Mathematischen herausführt, ähnlich sein müsste demjenigen Weg, den wir durchlaufen, wenn wir mit dem ganz bildhaft Mathematischen, mit dem undurchkrafteten unwirksamen bildhaft Mathematischen nun untertauchen in die durchkraftete und durchkraftende Natur. Da tauchen wir in etwas unter, was uns gewissermassen mit unserer freien mathematisierenden Tätigkeit abfängt und in mathematische Formeln einzwängt in ein Geschehen, das in sich wirksam ist, das in sich etwas ist, von dem wir uns sagen müssen: wir kommen nicht heran vollständig mit dem Mathematischen. Das Ding behauptet gegenüber der innerlichen Durchschaubarkeit des Mathematischen seine wesentliche Selbstständigkeit und sein wesentliches Innesein.

Dieser Weg, der da gegangen wird, wenn man einfach den Uebergang sucht von der irrationalen mathematischen Denkungsart zu der realen naturwissenschaftlichen Denkungsart, er kann in einer gewissen Weise heute schon innerhalb des Mathematischen selber in einer gewissen Beziehung gefunden werden. Und wir sehen, wie er gefunden werden kann, wenn wir nicht äusserlich, sondern innerlich die Versuche betrachten, welche das Denken gemacht hat beim Uebergang von der bloss analytischen Geometrie zu der projektivischen oder synthetischen Geometrie, wie sie die neuere Wissenschaft vorstellt. Ich möchte an einem ganz elementaren, an einem aller-elementarsten und bekanntesten Beispiel der synthetischen Geometrie erläutern, was ich eigentlich mit dem oben ausgesprochenen Satze meine.

Wenn man synthetische neuere projektivische Geometrie treibt, so unterscheidet man sich ja von dem analytischen ~~Geometer~~ ^{Geometer} ~~xxxxxxx~~ ~~xxxxxxx~~ dadurch, dass der analytische Geometer mit mathematischen Formeln rechnet, dass er also rechnet, dass er zählt usw. Wenn man synthetischer Geometer ist, so benützt man - ich meine das jetzt natürlich ideell - nur das Lineal, den Zirkel und dasjenige, was durch Lineal und Zirkel im Bewusstsein als Tatbestand auftreten kann, nämlich dasjenige, was aus der Anschauung zunächst hervor- geht. Fragen wir uns aber, ob es auch rein innerhalb der Anschau- ung verbleibt.

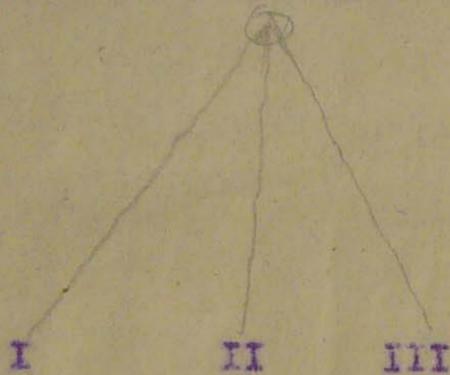
Denken wir uns, meine verehrten Anwesenden, eine Linie, dasjenige, was man in der gewöhnlichen Geometrie eine Linie nennt, denken wir uns auf dieser Linie drei Punkte, dann haben wir das folgende Gebilde:



dann haben wir ein mathematisches Gebilde, eine Linie, auf der sich die drei Punkte I II III befinden. Es gibt nun - ich kann dasjenige, was ich hier anzuführen habe, natürlich nur in den Hauptlinien andeuten, gewissermassen appellierend an dasjenige, was Sie über die Sache schon wissen - es gibt nun ein

anderes Gebilde, welches in einer gewissen Weise in seiner ganzen Konfiguration entsprechend ^{ist} diesem eben aufgesetzten mathematischen Gebilde. Und dieses andere Gebilde entsteht dadurch, dass ich drei Linien in einer ähnlichen Weise behandle, wie ich diese drei Punkte hier behandelt habe, und dass ich einen Punkt in einer ähnlichen Weise behandle, wie ich hier die Linie behandelt habe.

Denken Sie sich also, ich zeichne statt der drei Punkte I, II, III, drei Linien an die Tafel (siehe Schema), und statt der Linie, welche hier durch diese drei Punkte geht (siehe voriges Schema), zeichne ich einen Punkt, und damit eine Entsprechung entstehe, nehme ich denjenigen Punkt, in dem sich die drei Linien durchschneiden:



Ich habe hier ein anderes Gebilde gezeichnet. Der Punkt, den ich oben mit einem kleinen ^{Ringelchen} ~~Winkelchen~~ ^{be} gezeichnet habe, entspricht (siehe vorhergehendes, 2. Schema) der Linie links, die drei - wie man sie nennt - Strahlen, die sich in einem Punkt schneiden, und die ich mit I, II, III bezeichne, die entsprechen den drei Punkten I, II, III, die auf der Linie liegen.

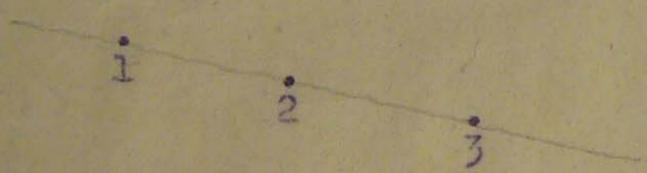
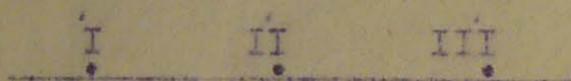
Sie müssen, wenn Sie - ich möchte sagen - das ganze Gewicht dieses eben ausgesprochenen Urteiles empfinden wollen, genau den Wortlaut nehmen, wie ich ihn oben ausgesprochen habe. Das heisst, Sie müssen sagen: der Punkt, den ich oben mit einem kleinen ^{Ringelchen} ~~Winkelchen~~ bezeichne, entspricht der Linie links (des ersten Schemas), auf der die drei Punkte liegen I, II, III, und die Strahlen (beim zweiten Schema) I, II, III entsprechen den Punkten ~~II~~ I, II, III links. Und indem sich die drei Strahlen I, II, III in dem einen Punkt oben schneiden, ent-

spricht dieses ihr Schneiden dem Liegen der drei Punkte links I, II, III auf der links gezeichneten geraden Linie.

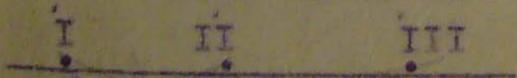
So ausgesprochen liegt ein ganz bestimmter Bewusstseinsbestand vor und ein entsprechendes Gebilde links gegenüber dem Gebilde rechts.

Man kann nun, indem man rein innerhalb desjenigen bleibt, was anschaulich ist, was also sich konstruieren lässt mit Zirkel und Lineal, wozu kein Rechnen nötig ist, man kann wenn man rein innerhalb dieses Anschaulichen zunächst bleibt, nun zu dem folgenden Bewusstseinsbestande übergehen:

Ich zeichne links noch einmal eine Linie, und noch einmal auf dieser Linie drei Punkte:

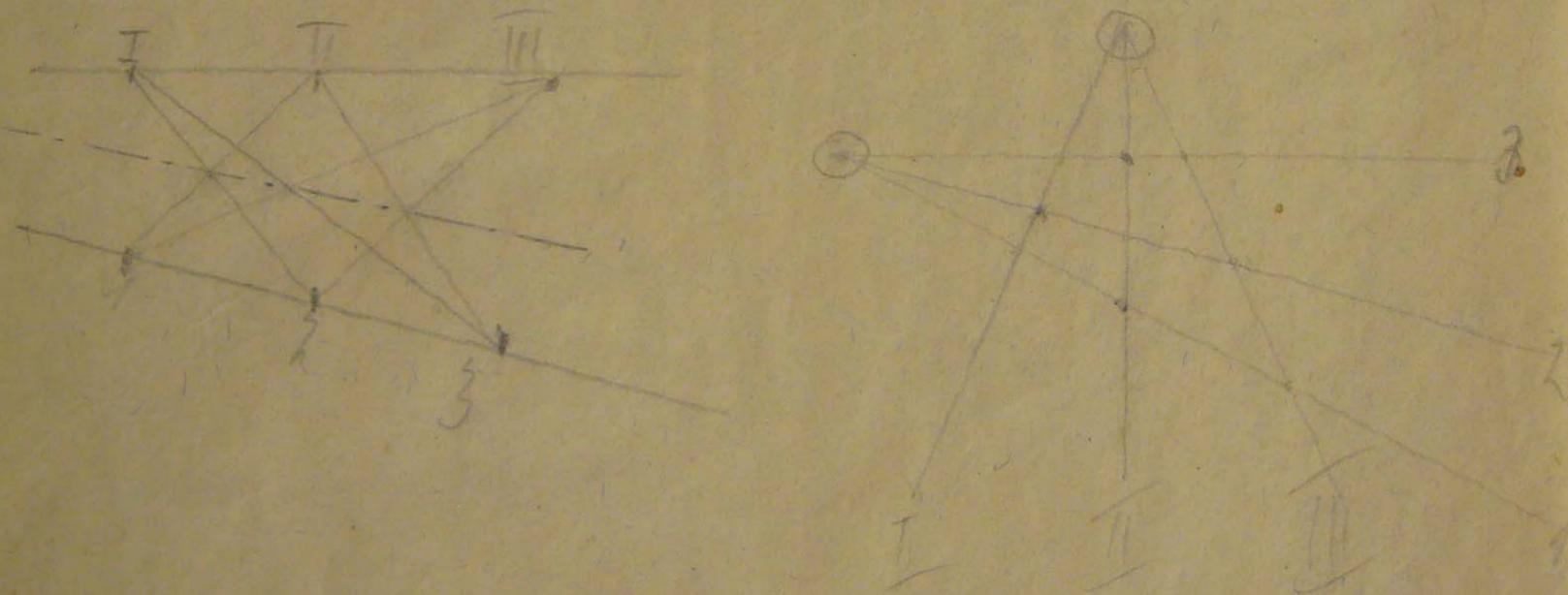


Ich habe nun, - ich bitte, jetzt ganz genau die Ausdrucksweise, die ich befolgen werde, als massgeblich zu betrachten für den Tatbestandsbestand - ich habe nun links die Linie gezeichnet, auf welcher sich die drei Punkte 1, 2, 3 liegend befinden. Ich werde weitergehen und nehme an - bitte wohl zu beachten das Wort, das ich ausspreche: und nehme an - ich werde weiter das Folgende tun und nehme dann etwas an. Ich werde in einer gewissen Weise verbinden die Punkte links von der einen Linie mit den Punkten von der andern Linie und werde dadurch Verbindungslinien bekommen, die sich schneiden werden. Ich werde verbinden links in meinem Gebilde den Punkt I mit dem Punkt 3, den Punkt III mit dem Punkt 1; den Punkt I mit dem Punkt 2; den Punkt III mit dem Punkt 2; den Punkt II mit dem Punkt 3; und werde durch diese Linien Schnittpunkte bekommen



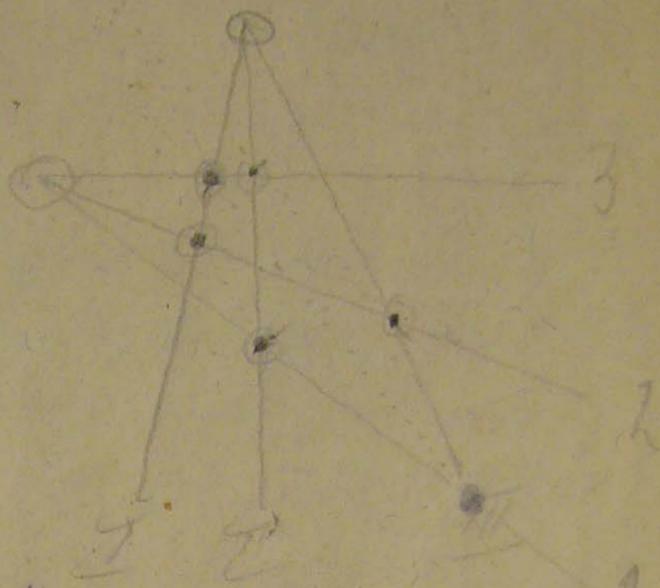
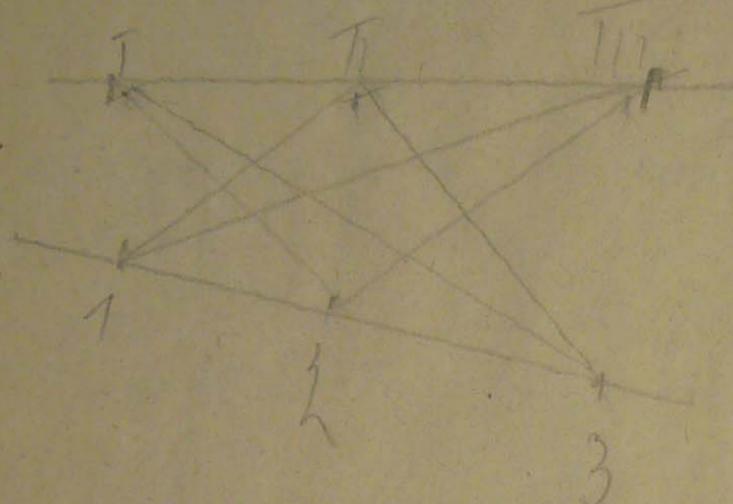
(Stets mehr Platz für die Zeichnung lassen)

die ich dann wiederum - ich nehme es jetzt an - durch eine gerade Linie verbinden kann. Also meine Konstruktion sei in anschaulicher Durchsichtigkeit so ausgeführt, daß ich das wirklich voll-
ziehen könne, was ich jetzt ~~angegeben~~ ^{angegeben} habe. Man kann nämlich diese Konstruktion so ausführen. Sie sehen, ich habe die drei Schnittpunkte, die ich auf die vorhin beschriebene Weise bekommen habe, so bekommen, daß ich durch sie die hier Strich-Punkt ~~vierte~~ ^{vierte} Gerade ziehen kann. Ich nehme nun an, daß ich, indem ich zu dem rechten Strahlen ~~wirklich~~ ^{wirklich} ~~bündel~~ ^{bündel} - so nennt man es - indem ich zu dem rechten Strahlen bündel ein anderes hinzufüge, daß ich in dem Verhältnis der Ausstrahlung dasselbe Verhältnis drinnen habe, wie in der Entfernung der auf der linken Geraden liegenden Punkte. Ich werde also ein zweites Strahlen bündel rechts hineinzeichnen, daß in Bezug auf seine Ausstrahlungsverhältnisse entspricht den Lagenverhältnissen der Punkte auf den Linien links.

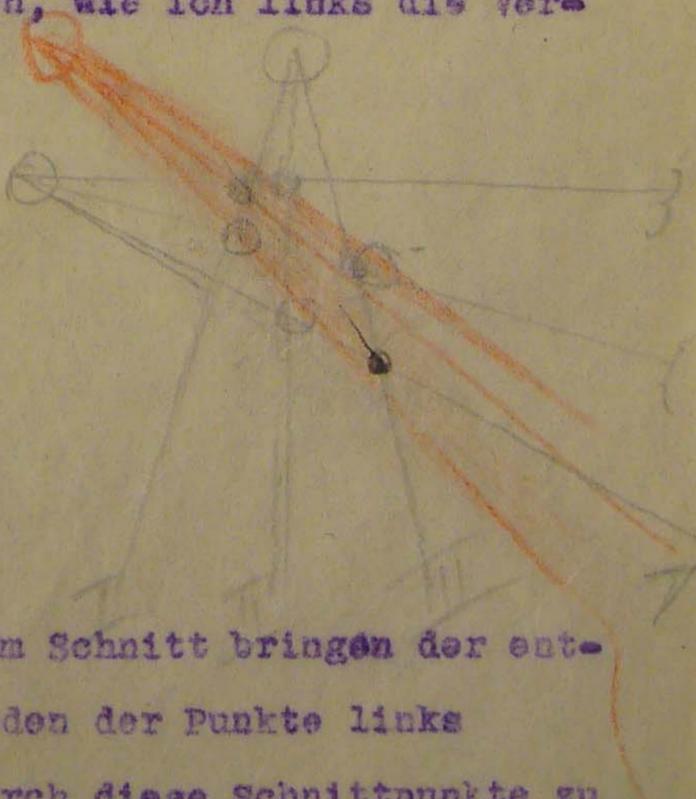


Ich habe hier hineingezeichnet ein anderes Strahlen bündel und nenne es 1, 2, 3, indem ich annehme, daß 1, 2, 3 in Bezug auf die Strahlen entspricht 1, 2, 3 in Bezug auf die Punkte links, und ich werde jetzt die entsprechende Prozedur bei meinen zwei Strahlengebilden rechts ausführen, die ich links bei meinen Linien- und Punktgebilden ausgeführt habe. Nur muß ich, ~~wirklich~~ weil einer Linie links ein Punkt rechts entspricht, muß ich,

während ich links gesucht habe eine Linie, die zwei Punkte verbindet, muß ich rechts suchen einen Punkt, der entsteht, indem zwei Strahlen sich schneiden. Das Schneiden rechts soll entsprechen dem Verbinden links.



Sie sehen hier, was ich gemacht habe. Ich habe, wenn ich links III mit 1 und 3 mit I verbunden habe, habe ich hier rechts I mit 3 als Linie zum Schnitt gebracht, und ~~II mit 1~~ ich habe I mit II als Linie zum Schnitt gebracht; indem ich oben zwei Linien gezogen habe von Punkten aus, werde ich jetzt entsprechend durch die beiden Punkte, die ich bekommen habe, eine Linie ziehen (rot), und ich werde dieselbe Prozedur mit Bezug auf die anderen Strahlen jetzt ausführen, das heißt, ich werde II mit Schnitt 1 zum ~~Schnitt~~ bringen, I mit ²II, III mit ¹2, ³2 mit III, ich werde also rechts die Schnittpunkte suchen, wie ich links die Verbindungspunkte gesucht habe.



Sie sehen, ich habe rechts durch zum Schnitt bringen der entsprechenden Strahlen für das Verbinden der Punkte links Schnittpunkte gesucht, um Linien durch diese Schnittpunkte zu ziehen, wie ich links einen Schnittpunkt gesucht habe für sich

schneidende Linien. Die Verbindungslinien aber der Schnittpunkte, die ich gesucht habe, schneiden sich je ebenso in einem hier durch ein rotes Ringelchen bezeichnetem Punkte oben, wie die drei Punkte links, die ich bekommen habe, in einer geraden Linie liegen. Das heißt, ich bekomme wiederum im entsprechenden Gebilde rechts, wo statt der Punkte Linien, statt der Verbindungslinien Schnittpunkte sind, ich bekomme rechts, wie ich links bekommen habe eine Linie, die durch die drei Punkte geht, bekomme ich rechts einen Punkt, in dem sich die drei Geraden schneiden, bekomme rechts wiederum einen Punkt für die Linien links. Hier bleibe ich, indem ich rein vom Gebiete des Anschaulichen ausgehe, hier bleibe ich innerhalb desjenigen, was nun zwar von der Anschauung ausgeht, was aber doch zu etwas anderem führt. Und ich bitte Sie, das Folgende zu berücksichtigen. Nehmen Sie an, Sie schauen in der Linie in der Richtung, die angegeben wird durch die Linie links, die durch die drei Schnittpunkte geht, dann werden Sie, wenn Sie mit Ihrem Auge in einer gewissen ~~Winkel~~ Richtung schauen, auf einen Schnittpunkt aufschauen, der die anderen verdeckt, gegenüber dem die anderen hinter ihm sind. (Alpha, Beta, Gamma)

Sie haben hier in der Linie auseinandergelegt nicht nur drei Punkte, sondern sobald man übergeht zu einem Wirklichkeitsverhältnisse, tritt gegenüber diesen drei Punkten etwas auf, was ganz anschaulich ist. Der Punkt Gamma ist der Vordere, und hinter ihm sind die Punkte Beta und Alpha. Das haben Sie in der linken Figur ~~klar~~ klar auseinandergelegt in der Anschauung.

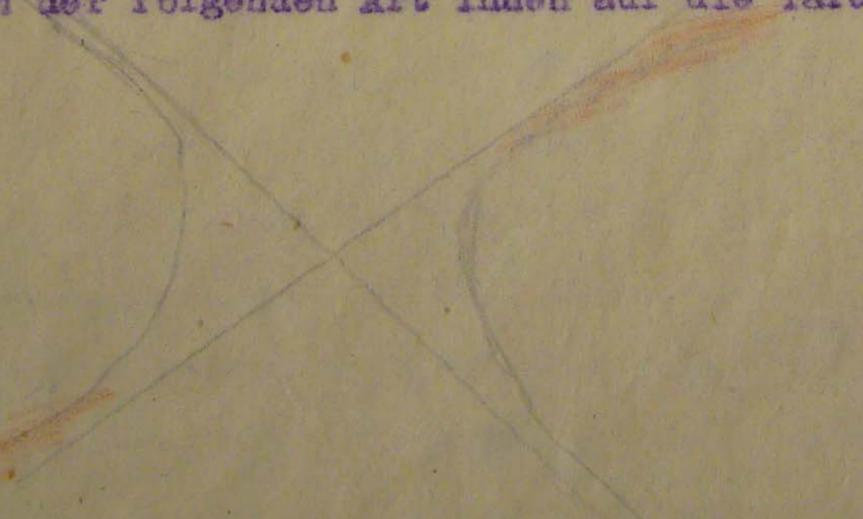


Gehen wir jetzt durch eine ganz gesetzmäßige Prozedur, die ich

beschrieben habe, über zu dem rechten entsprechenden Gebilde,
so haben wir statt der Linie einen Punkt ins Auge zu fassen.
Den rotgeringelten Punkt, den haben wir ins Auge zu fassen.
Wenn wir ihn ins Auge fassen, so müssen wir sagen: geradeso,
wie hier durch die Verbindung von III mit 2 und die Verbindung
von 3 mit II links ein Schnittpunkt entsteht, ~~Schnittpunkt~~ Gamma,
und der die anderen Schnittpunkte zudeckt, sodaß das Verhältnis
entsteht, Gamma ist vorn, Alpha ist hinten, so entsteht rechts
die Notwendigkeit, das Folgende vorzustellen und damit durch
das Verbindungsgesetz aus dem Anschaulichen ins Unanschauliche
überzutreten. Rechts entsteht die Notwendigkeit, den rotgeringel-
ten Punkt so vorzustellen, daß der Schnitt, der entsteht durch
den Strahl III mit 2 und durch die andere Verbindung, 2 und
III, der Schnittstrahl, der dadurch entsteht, er schneidet sich
zunächst in dem rotgeringelten Punkt mit demjenigen Strahl, der
durch das voranliegende Verhältnis entsteht; und wir müssen uns
vorstellen, daß innerhalb dieses rotgeringelten Punktes die
Schnitte, die entstehen durch die drei roten Strahlen, daß in-
nerhalb dieses Punktes ebenso drei innerlich differenzierte
Entitäten liegen, wie links auf der strichpunktierten Linie
die drei Punkte Gamma, Beta Alpha. Das heißt, ich muß die
Schnitte rechts im einzelnen Punkt so angeordnet befinden, daß
sie sich übereinander decken. Das heißt mit anderen Worten nichts
geringeres, als geradeso, wie ich für ein hinschauendes Auge
die strichpunktierte Linie links so zu denken habe, daß für die
Punkte Gamma, Beta, Alpha ein Vorne und Hinten entsteht, so
habe ich innerhalb des Punktes, das heißt einer Raumausdehnung
von Null nach allen drei Dimensionen eine ^{Differenzierung} ~~Dimensionierung~~ zu den-
ken. Ich habe in diesem Punkte, heraus angeschaut aus der Art,
wie dieser Punkt aus diesem Gebilde entstanden ist, ich habe in
diesem Punkte nicht etwas undifferenziertes zu denken, sondern ~~mir~~
ein Vorne und Hinten zu denken. Ich bekomme hier die Notwendig-
keit, einen Punkt nicht neutral nach allen Seiten zu denken,

sondern den Punkt zu denken mit einem Vorne und Hinten.

Ich mache hier einen Weg, wo ich aus dem freien Bilden des Mathematischen hineingezwungen werde in Etwas, wo das Objektive zu einer Eigenbestimmung übergeht, zu einem Innesein übergeht. Sie sehen, dieser Weg ist ähnlich demjenigen, durch den ich übergehe von dem mathematisch freien Bilden, zu dem in Empfang nehmen dieses Bildens, ^{zu} von dem innerlichen Bestimmte sein innerhalb der Naturordnung, und ich bekomme, indem ich übergehe von der analytischen zu der synthetischen Geometrie, den Anfang des Weges, der mir gezeigt wird von der Mathematik zur anorganischen Naturwissenschaft. Es ist dann im Grunde genommen nur noch ein kleiner Weg zu etwas Anderem. Man kann, indem man diese Erwägungen, auf die ich jetzt hingedeutet habe, fortsetzt, kann man zum innerlichen Begreifen auch des folgenden Bewußtseinstatbestandes kommen. Wenn man rein mit Hilfe der projektiven Geometrie, synthetischen Geometrie, verfolgt, wie sich verhält eine Hyperbel zu einer ~~Asymptote~~ Asymptote, so bekommt man ~~sehr~~ anschaulich heraus, daß nach der einen Seite, sagen wir rechts oben, die Asymptote sich dem Hyperbelast nähert, aber ihn niemals erreicht, daß man aber dennoch die Vorstellung ~~hat~~ bekommt, die Hyperbel komme wiederum von links unten zurück mit dem anderen Ast, und die Asymptote komme ebenfalls von links unten zurück mit ihrer anderen Seite. Mit anderen Worten: ich bekomme durch dieses Verhältnis von Asymptote zu Hyperbel etwas, was ich etwa in der folgenden Art Ihnen auf die Tafel zeichnen könnte:



Rechts oben geht die Asymptote, die gerade Linie, immer näher an

die Hyperbel heran. Ich habe dort eine rote Schraffierung hinzu-
gefügt, um auszudrücken, ^{was} ~~daß~~ die Asymptote eigentlich für ein
Verhältnis zum Hyperbelast hat. Sie kommt ihm immer näher, sie
will an ihn heran, sie kommt immer näher und näher in das Sein
ihres Verhältnisses zu ihm hinein. Wenn man nun dieses Verhältnis
verfolgt nach rechts oben, so kommt man zuletzt durch rein pro-
jektives Denken - ich kann das hier nur andeuten, dazu, die
Richtung der Linie, die man nach rechts oben hat, sei es die
Hyperbel, sei es die Asymptote zu finden, wieder herkommend, von
links unten der Hyperbelast kommend, und die Asymptote kommt
so, daß sie mit ihrem Sein in der rot schraffierten Andeutung den
Hyperbelast immer mehr und mehr verläßt.

Sodaß wir sagen können: diese Asymptote hat eine merk-
würdige Eigenschaft. Indem sie nach rechts oben hinaussteigt,
wendet sie sich mit ihrem Verhältnis zur Hyperbel nach rechts hin,
indem sie von links unten wieder heraufkommt, wendet sie sich
mit ihrem Verhältnis zur Hyperbel von der Hyperbel ab. Diese
Linie, diese Asymptote, wenn ich sie in ihrer Vollständigkeit,
Totalität betrachte, sie hat wiederum ein Vorne und Hinten.
Deshalb konnte ich auch die rote Schraffierung das eine Mal
auf der einen Seite, das andere Mal auf der anderen Seite zeichnen.
Ich komme wiederum in eine innere Differenz ^{der} des Linialen
hinein, wie ich in eine ^{innere} Differenz ^{hineinkomme}, wenn ich
das rein mathematische Bildhafte hineindränge in das Gebiet
des ^{Natur}geschehens. Das heißt, ich nähere mich da demjenigen,
was als Differenzierung im Naturgeschehen auftritt, wenn ich
in richtiger Weise erfassen will mit Hilfe der projektivischen ^{en}
Geometrie die mathematischen Gebilde selbst.

Dasjenige, was da geschieht durch die projektivische ^{en}
Geometrie, das kann niemals in derselben Weise ^{gemacht} gedacht werden
durch die bloße analytische Geometrie, denn die bloße analytische
Geometrie bleibt, indem sie also in Koordinaten konstru-
iert und dann aufsucht in ihrer Rechnungsform die Endpunkte

Abstraktionen
der ~~Abstraktionen~~ und ~~Abstraktionen~~ und ~~Abstraktionen~~ Ordinate, bleibt sie ganz mit dem, was sie konstruiert, in ihrer Form außerhalb der Kurve oder außerhalb des Gebildes selber stehen. Die projektivische Geometrie bleibt nicht außerhalb der Kurve und des Gebildes stehen, sondern sie dringt in die innere Differenzierung des Gebildes bis zum Punkte, bei dem man unterscheiden muß Vorne und Hinten, bis zur Geraden, bei der man ebenfalls unterscheiden muß ein Vorne und Hinten. Ich habe nur diese Eigenschaften wegen der Kürze der Zeit angegeben, ich könnte noch andere Eigenschaften angeben, z. B. ein gewisses Krümmungsverhältnis, daß der nach den drei Raumdimensionen ausgedehnte Punkt in sich hat usw. usw.

Sehen Sie, dasjenige, meine sehr verehrten Anwesenden, was ich Ihnen da charakterisiert habe, wenn man wirklich mit innerem Seelenanteil den Weg verfolgt, der da führt von der analytischen Geometrie in die synthetische Geometrie hinein, wenn man sieht, wie man da - ich möchte sagen - *ab* aufgefangen wird von etwas, was schon sich der Realität nähert, wie diese Realität im äusseren Naturdasein vorgangen ist, dann hat man dasselbe innere Erlebnis, genau dasselbe innere Erlebnis, das man hat, wenn man aufsteigt von dem gewöhnlichen Verstandesbegriff, von der gewöhnlichen Logik zu dem Imaginativen. Man muss im imaginativen Erkennen nur weitergehen; aber den Anfang hat man gegeben, wenn man anfängt, von der analytischen Geometrie zu der synthetischen überzugehen. Man merkt da das Abgefangenwerden von dem, was sich in der Bestimmung ergibt, nachdem man das Resultat gefaßt hat, und man merkt das ebenso im imaginativen Erkennen.

Und nun, welches ist der entgegengesetzte Weg innerhalb der "eisteswissenschaft gegenüber demjenigen, der von gewöhnlich gegenständlichen Erkennen ins imaginative Erkennen hineinführt? Es wäre derjenige, der von der Intuition oben zur inspirierten Erkenntnis hinunterfährt. Da finden wir aber bereits, daß wir drinnen stehen im Realen, denn mit der Intuition stehen wir

im realen drinnen. Und wir gehen den Weg vom Realen, indem wir von der Intuition heruntersteigen zu der Inspiration, entfernen wir uns wiederum von dem Realen, und wenn wir bis zur Imagination herunterkommen, haben wir nur noch das Bild des innerlich Realen. Dieser Weg, der ist zu gleicher Zeit derjenige, den das Reale durchmacht, um unser Erkenntnisobjekt zu werden. Natürlich, in der Intuition stehen wir in der Realität drinnen. Wir gehen von der Realität ab zu der Inspiration, zu der Imagination und kommen zu unserm gegenständlichen Erkennen. Die haben wir dann in unserm heutigen Erkennen. Wir machen den Weg von der Realität zu unserm Erkennen herein. Wir stehen gewissermaßen zuerst innerhalb der Realität, kommen von dieser Realität ab zu dem irrationalen Erkennen. In dem Weg, den wir zurücklegen von der analytischen Geometrie in die Projektive oder synthetische Geometrie hinein versuchen wir uns wiederum nach der entgegengesetzten Richtung zu bewegen, von der rein verstandesmäßigen analytischen Geometrie in dasjenige, wo wir aufgehen können realen denken, wenn wir überhaupt zu etwas kommen wollen. Wir gehen der Entrealisierung der Natur, die sie durchmacht, indem sie Erkenntnis werden will, entgegen, indem wir realisieren die irrationale Erkenntnis.

Sie sehen, meine verehrten Anwesenden, man hat nicht nötig etwa anzunehmen, daß unsere moderne Geisteswissenschaft, wie sie hier auftritt, anders mathematisieren wollte, als die Mathematiker tun, wenn sie nur recht in ihrem Sinne mathematisieren; man hat nicht einmal nötig, außer das Aufsuchen von besonderen Versuchsanordnungen, die aus dem quantitativen ins Qualitative hineinführen, viel anderes zu tun auf denjenigen Gebieten, die ja eine quantitative Naturwissenschaft heute schon betreten hat. Und wenn diese äußere quantitative Naturwissenschaft heute der modernen Anthroposophie ihre gesunden Ergebnisse entgegenhält, dann ist es ungefähr so, wie wenn jemand ein Gedicht vorgelesen hat, das in ganz andere Regionen geht und einer kommt: ja, da kann ich ja nicht entscheiden durch

meine Seelenverfassung, ob man in einem Gedichte leben kann, ich aber weiß etwas ganz gewiß, daß zwei mal zwei vier ist. - Niemand bezweifelt das, daß zwei mal zwei vier ist; ebensowenig bezweifelt man dasjenige, was die moderne anorganische Naturwissenschaft gibt, derjenige, der zur Geisteswissenschaft aufrücken will. Aber es ist gegen den Inhalt eines Gedichtes z. B. just kein besonderer Einspruch, wenn man ihm entgegenhält: zwei mal zwei ist vier; es handelt sich darum, daß aber dasjenige, wohin die einzelnen Wissenschaften schon besonders tendieren, wohin sie wollen, das das ernst und mutig als Weg zu einer wahren Wirklichkeitserkenntnis von Anthroposophie in Angriff genommen wird, und daß, während manche Leute heute in fruchtlosem Skeptizismus eine Finsternis errichten wollen über demjenigen, was sie als Grenzen des Naturerkennens empfinden, oftmals mit Recht als Grenzen des Naturerkennens empfinden, möchte Anthroposophie da, wo Naturwissenschaft finster wird, beginnen, das Licht des geistigen Erkennens zu entzünden. Und es wird es vielleicht ja nicht geschehen, daß sie mit Bezug auf diejenigen Wissenschaften, die heute erwähnt worden sind, gerade groß andere Methoden einschlagen wird, aber sie wird die Bedeutung, den inneren Seinswert derjenigen Wissenschaften, von denen heute gesprochen worden ist, vor die Menschheit hinstellen, und wird dadurch bewirken, daß man weiß, warum man mit Mathematik ins Sein eindringt, nicht bloß, warum man mit Mathematik zu einer gewissen Sicherheit kommt. Denn zum Schluß kommt es ja nicht darauf an, bloße Gewissheitsprodukte zu entwickeln, da könnten wir uns im engsten Kreis abschließen und immer und immer wieder im engsten Kreise drehen, wenn wir bloß das Gewissenste festhalten wollten, sondern es handelt sich um Erweiterung des Erkennens. Die aber kann nicht gefunden werden, wenn man scheut den Weg aus dem inneren Erleben in das äußere, sich selber differenzierte Sein. Dieser Weg wird vielfach sogar in der Mathematik und mathematischen Naturwis-

April 1921, Dornach.
themathik und anorganische
Naturwissenschaften.

- 21 -

enschaft der Gegenwart angedeutet. Man muß ihn nur erkennen und
dann im Sinne dieser Erkenntnis wissenschaftlich handeln.
